الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة الاستدراكية 2008)
الموضوع

C: RS22

المـــادة :	الرياضيات
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من IN .

1 (1 بين أن : $u_n > 1$ لكل n من IN .

2) نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ لكل n من IN .

1 أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 ب- بين أن : $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

مسألة (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = e^{2x} - 2x$.

1 (1 احسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم بين أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,0]$.

0,75 (2 استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من IR (لاحظ أن $g(0) = 1$).

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2x\right)$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

0,5 (1 أ- بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

0,25 ب- تحقق من أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln\left(e^{2x} - 2x\right)}{e^{2x} - 2x}$ لكل x من IR^* .

0, 5 ج- بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$).

0,25 د- استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,75 (2 أ- لكل x من $[0,+\infty[$ ، تحقق من أن $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ وأن $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)$.

0,5 ب- استنتج أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{u \to +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$) .

0,5 ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0,75 د- بين أن : $f(x) - 2x \leq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $[0,+\infty[$.

0,75 (3 أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ لكل x من IR .

0,5 ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .