

$$f \text{ الدالة المعرفة على }]0, +\infty[\text{ بما يلي: } \begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x)}{x - \ln(x)}, x \neq 0 \\ f(0) = -1 \end{cases} (\forall x \in [0, +\infty[)$$

(C) منحنى الدالة f في مستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$

الجزء الاول:

$$1) \text{-تحقق ان: } (\forall x \in]0, +\infty[) f(x) = \frac{1}{\left[\frac{\ln(x)}{x}\right]^{-1}}$$

ب-استنتج ان: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم اول هذه النتيجة هندسيا

ج-ادرس اتصال الدالة f في العدد $x_0 = 0$ على اليمين

$$2) \text{-تحقق ان: } (\forall x \in]0, +\infty[), \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{1}{x - \ln(x)}$$

ب-استنتج ان: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 0$ ثم استنتج اشتقاق f في العدد $x_0 = 0$ على اليمين واعط تاويلا هندسيا للنتيجة

3) ابين ان الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$

$$\text{ب-بين ان: } (\forall x \in]0, +\infty[), f'(x) = \frac{(1 - \ln(x))}{(x - \ln(x))^2}$$

4) احدد اشارة $f'(x)$ لكل $x \in]0, +\infty[$

ب-بين ان الدالة f تناقصية قطعاً على المجال $]e, +\infty[$ وتزايدية قطعاً على المجال $]0, e]$

ج-ضع جدول التغيرات

5) احدد معادلة المستقيم (T) المماس ل (C) عند النقطة التي افصولها $x_0 = 1$

ب-انشئ (T) و (C): (نقبل ان المستقيم (T) فوق (C) على المجال $]0, +\infty[$)

6) احدد مبيانيا اشارة $f(x)$ لكل $x \in]0, +\infty[$

ب-انشئ في نفس المعلم منحنى الدالة h المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي: $(\forall x \in]0, +\infty[), h(x) = |f(x)|$

الجزء الثاني:

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0, e]$ كما يلي: $(\forall x \in]0, e]), g(x) = f(x)$

1) بين ان الدالة g تقبل دالة عكسية على مجال J يجب تحديده

2) ادرس اشتقاق الدالة g^{-1} على J

3) انشئ $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم