

الصفحة
1
2

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2009
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطوار
والبحث العلمي
المركز الوطني للتعليم والامتحانات



C:NS22

7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإجازة:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (ة) أو المسلك:

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-2, 2, 8)$ و $B(6, 6, 0)$ و $C(2, -1, 0)$ و $D(0, 1, -1)$ و مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$.
- 0.75 حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\vec{OC} \wedge \vec{OD}$ واستنتج أن معادلة ديكارتية للمستوى (OCD) .
 - 0.5 تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2, 4, 4)$ وشعاعها 6.
 - 0.5 أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) .
 - 0.5 ب- استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) .
 - 0.75 ج- تحقق من أن: $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (OCD) .

التمرين الثاني (3 ن)

- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي إحداثياتها على التوالي هي: $a = 2 - 2i$ و $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و $c = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$.
- 1 اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .
 - 0.75 نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$.
 - 0.75 أ- ليكن z' لحق نقطة M من المستوى العقدي و z لحق النقطة M' صورة M بالدوران R .
بين أن: $z' = bz$.
 - 0.5 ب- تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .
 - 0.75 3- بين أن: $\arg c = \arg a + \arg b [2\pi]$ ثم حدد عدة للعدد العقدي c .

التمرين الثالث (3 ن)

- يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).
نسحب عشوائيا وتأنيا ثلاث كرات من الصندوق.
- 1.5 نعتبر الحدثين التاليين:
A: الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون * و B: الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى *.
بين أن: $P(A) = \frac{3}{44}$ و $P(B) = \frac{3}{11}$.
 - 0.25 أ- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها.
حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
 - 1.25 ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع (2 ن)

نضع : $I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx$ و $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$

1- أ- تحقق من أن : $\frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x بخلاف -3 . 0.25

ب- بين أن : $I = 1 - 3 \ln 2$. 0.75

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J = -I$. 1

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = 2 \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1 (1) تحقق من أن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي \mathbb{R} وأن : $1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0$. 0.75

2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ln 4$ وأول هذه النتيجة هندسيا . 0.75

3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1}$ لكل x من \mathbb{R} وتحقق من أن $f'(0) = 0$. 1

ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x} - 1$ على \mathbb{R} واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0, +\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty, 0]$. 1

4) أ- تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = 2x + 2 \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$. 0.25

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 0.5

5) أ- تحقق من أن : $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ لكل x من \mathbb{R} . 0.25

ب- ادرس إشارة كل من $\sqrt{e^x} - 2$ و $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ على \mathbb{R} . 0.5

ج- استنتج أن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$. 0.25

د- بين أن : $f(x) \leq x$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$. 0.5

6) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحدهما أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب وناخذ $\ln 4 = 1,4$) . 0.75

(II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

1) بين أن : $0 \leq u_n \leq \ln 4$ لكل n من \mathbb{N} . 0.75

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . 0.75

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها . 1