C: NS22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة العادية 2008-
الموضوع

المــــادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعــــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3س

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقطتين $A\left(0,-1,1\right)$ و $B\left(1,-1,0\right)$
و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$.

1,25 | 1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,0,2)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .

1,25 | 2) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ وبين أن $x+y+z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB).

0,5 | 3) بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 | 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$.

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$. ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$.

0,75 | أ- بين أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T .

0,5 | ب- بين أن : $\dfrac{b-c}{a-c}=2i$.

0,75 | ج- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC=2AC$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

1 | أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .

1 | ب- بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\dfrac{16}{21}$.

1 | 2) نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .
احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

المـــادة :	الرياضيات
الشعـب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها

مسألة (11 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 2\ln x$.

0,5 — 1) أ- احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

0,5 — ب- بين أن g تناقصية على $]0,2]$ وتزايدية على $[2,+\infty[$.

0,5 — 2) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(2) > 0$).

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - (\ln x)^2$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,75 — 1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا .

0,5 — 2) أ- بين أن: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$ ، نذكر أن : $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$).

0,75 — ب- استنتج أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و أن $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ (لاحظ أن : $f(x) = x\left(1 - \frac{(\ln x)^2}{x}\right)$) .

0,5 — ج – احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

0,25 — د- بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ).

0,75 — 3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و بين أن f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$.

0,25 — ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

0, 5 — ج- بين أن $y = x$ هي معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 .

0, 5 — 4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0,+\infty[$ وأن $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$ (نقبل أن $(\ln 2)^2 < \frac{1}{2}$).

1 — 5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نقبل أن $I(e, e-1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) و نأخذ $e \approx 2,7$) .

0,5 — 6) أ- بين أن $H : x \mapsto x\ln x - x$ دالة أصلية للدالة $\ln : x \mapsto \ln x$ على المجال $]0,+\infty[$

ثم بين أن: $\int_1^e \ln x \, dx = 1$.

0,75 — ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$.

0,5 — ج- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$.

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN .

0,75 — 1) بين أن $1 \le u_n \le 2$ لكل n من IN (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II-3) أ-) .

0,5 — 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

0,75 — 3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.