



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2010  
الموضوع

الصفحة	1
	3



المادة:	الرياضيات	NS22	المعامل:	7
الشعب (ة) أو المسلك:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها			مدة الإنجاز:
				3

### معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الرابع ( السؤال الثالث ) ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبري .

## الموضوع

## التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $B(3,0,0)$  و  $A(-1,0,3)$

و  $C(7,1,-3)$  والفلكة  $(S)$  التي معادلتها:  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ .

1 بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$  واستنتج أن  $3x + 4z - 9 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$ .

0.5 2 بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هي النقطة  $\Omega(3,1,0)$  وأن شعاعها هو  $S$ .

3 ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(ABC)$ .

0.5 أ - بين أن:  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  هو تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$ .

1 ب - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  يقطع الفلكة  $(S)$  في النقطتين  $F(0,1,-4)$  و  $E(6,1,4)$ .

## التمرين الثاني (3 ن)

1 1 حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $z^2 - 6z + 10 = 0$ .

2 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي ألقاها على

التوالي هي:  $a = 3 - i$  و  $b = 3 + i$  و  $c = 7 - 3i$ .

ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$ .

0.5 أ - بين أن:  $z' = iz + 2 - 4i$ .

0.25 ب - تحقق من أن لحق النقطة  $C'$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  هو  $e' = 5 + 3i$ .

1.25 ج - بين أن:  $\frac{e' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$  ثم استنتج أن المثلث  $BCC'$  قائم الزاوية في  $B$  و أن  $BC = 2BC'$ .

## التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).  
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1 1 نعتبر الحدثين التاليين:

أ: "الحصول على كرة حمراء واحدة فقط" و  $B$ : "الحصول على كرة بيضاء على الأقل".

بين أن  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{41}{42}$ .

2 نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة.

0.25 أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  هي 0 و 1 و 2 و 3.

1 ب - بين أن  $P(X=0) = \frac{1}{6}$  و  $P(X=2) = \frac{3}{10}$ .

0.75 ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ .

التمرين للرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) بين بالترجع أن :  $u_n - 1 > 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.75

(2) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة بما يلي :  $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ - بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  واستنتج أن  $v_n = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  1

ب - بين أن  $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$  ثم استنتج أن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  0.75

(3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$  حيث  $(w_n)$  هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $w_n = \ln(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

التمرين الخامس (8 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

(1) بين أن :  $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.5

(2) بين أن الدالة  $g$  تزايدية على المجال  $\left[ -\frac{1}{2}, +\infty \right]$  وتناقصية على المجال  $\left] -\infty, -\frac{1}{2} \right]$  0.5

(3) أ - بين أن  $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$  ثم تحقق من أن  $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$  0.5

ب - استنتج أن :  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.25

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$ )

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  (نذكر أن :  $\lim_{u \rightarrow +\infty} ue^u = 0$ ) 1

(2) بين أن :  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعا على  $\mathbb{R}$  0.75

(3) أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  واستنتج أن  $(C)$  يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب . 0.75

ب - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$  واستنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  0.5

ج - حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C)$  ثم بين أن المنحنى  $(C)$  يوجد تحت المستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[$  وفوق المستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$  0.5

(4) أ - بين أن  $y = x$  هي معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $O$  0.25

ب - بين أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف أفصولها  $-\frac{1}{2}$  (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) 0.25

(5) أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  0.75

(6) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$  1

ب - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 0$  و  $x = \frac{1}{2}$  هي  $(6-2e) \text{cm}^2$  0.5