المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2012

المادة	الرياضيات	NS22	المعامل	7
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها		مدة الأنجاز	3

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غيرقابلة للبرمجة ،
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ،
- عدد الصفحات: 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)،
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ،
- ينبغي تفادي استعمل اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ،
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 ن
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 ن
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 ن
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 ن
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب تكامل	8 ن

بالنسبة للتمرين الخامس ،ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0$

1) بين أن مركزالفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ 0.5

2) أ- بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{k}$ وتحقق من أن $x-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . 0.75

ب- تحقق من أن $d\left(\Omega,(ABC)\right)=\sqrt{2}$ ثم بين المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1 1

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC)

أ – بين أن : $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases} \quad (t\in IR)$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.25

ب – بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(2,0,0)$. 0.25

ج- استنتج مركز الدائرة (Γ) 0.25

التمرين الثاني : (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-12z+61=0$ 0.75

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$

أ - احسب $\dfrac{a-c}{b-c}$ واستنتج أن النقط A و B و C مستقيمية. 0.5

ب - نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $1+5i$ 0.5
تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d=3+6i$

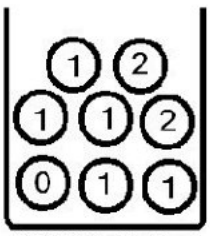
ج - بين أن : $\dfrac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أن $\dfrac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$ 0.75

د - استنتج قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)$ 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 وخمس بيدقات تحمل العدد 1 وبيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز البيدقات باللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .



2012 Math Hor

1) ليكن A الحدث : " الحصول على ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " 1

بين أن: $p(A)=\dfrac{5}{28}$

2) ليكن B الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 5 " 1

بين أن: $p(B)=\dfrac{5}{56}$

3) ليكن C الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 4 " 1

بين أن: $p(C)=\dfrac{3}{8}$

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 11$ و $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$ لكل n من IN .

1) تحقق من أن $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ لكل n من IN . 0.25

2) أ- بين بالترجع أن: $u_n < 12$ لكل n من IN . 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25

3) لتكن المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12$ لكل n من IN .

أ - باستعمال السؤال **1)** بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب (v_n) بدلالة n. 0.75

ب - بين أن : $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) . 0.75

التمرين الخامس : (8 ن)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

1) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]0,1[$ 0.75

ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0,1]$

2) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]1,+\infty[$ 0.75

ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على بمايلي : $f(x) = (x^2 - 1)\ln(x)$

و (C) المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $3\,cm$).

1) أ – بين أن $\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ وأول هذه النتيجة هندسيا 0.5

ب – احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (يمكنك كتابة $\frac{f(x)}{x}$ على الشكل $\left(\frac{x^2-1}{x}\right)\ln x$) 1

واستنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه.

2) أ – بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ وأول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$ 1.25

ب – استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ وتزايدية على المجال $[1,+\infty[$ 0.5

ج – اعط جدول تغيرات الدالة f على المجال ثم بين أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ 0.5

3) أنشئ (C) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ 1

4) أ- بين أن $u : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto x^2 - 1$ على IR 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1)\ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3\ln 2)$ 1

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$ 0.25