



## الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الإستدراكية 2012

7	المعامل	NS22	الرياضيات	المادة
3	مدة الأنجاز	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعبة، أو المسلك

## معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة ،
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ،
- عدد الصفحات: 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)،
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ،
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ،
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 ن	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 ن	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 ن	المتتاليات العددية	التمرين الثالث
3 ن	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8 ن	دراسة دالة وحساب تكامل	التمرين الخامس

بالنسبة للتمرين الخامس،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

## الموضوع

## التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معزم متعامد مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقط  $B(0,0,-3)$  و  $A(-3,0,0)$

و  $C(0,2,-2)$  والفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1,1,1)$  وشعاعها هو 3

1) أ- بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$  ثم استنتج أن  $2x - y + 2z + 6 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$  1.25

ب- احسب المسافة  $d(\Omega, (ABC))$  واستنتج أن المستوى  $(ABC)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75

2) ليكن  $(D)$  المستقيم المار من  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(ABC)$

أ - بين أن :  $(t \in \mathbb{R})$   $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  تمثيل بارامترى للمستقيم  $(D)$  . 0.5

ب - بين أن مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تماس المستوى  $(ABC)$  والفلكة  $(S)$  هو  $(-1, 2, -1)$  . 0.5

## التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معزم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي

أحاقها على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث :  $a = 2 - i$  و  $b = 6 - 7i$  و  $c = 8 + 3i$

1) أ- بين أن :  $\frac{c-a}{b-a} = i$  0.75

ب- استنتج أن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين وقائم الزاوية في  $A$  . 0.75

2) ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة بالدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $\Omega$

منتصف القطعة  $[BC]$  وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$

أ - تحقق من أن لحق النقطة  $\Omega$  هو  $\omega = 7 - 2i$  0.5

ب - بين أن :  $z' = -iz + 9 + 5i$  0.75

ج - بين أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $A$  بالدوران  $R$  0.25

## التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 3$  و  $u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{3u_n + 4}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

1) بين بالترجع أن :  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

2) نضع :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

أ- تحقق من أن :  $1 - v_n = \frac{2}{u_n + 1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  واستنتج أن  $1 - v_n > 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

ب- بين أن :  $u_n = \frac{1 + v_n}{1 - v_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

3) أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{7}$  و أكتب  $(v_n)$  بدلالة  $n$  . 1

ب- بين أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  ثم استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$  . 0.5

## التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء وأربع كرات بيضاء وثلاث كرات خضراء ( نعتبر أنه لا يمكن التمييز الكرات باللمس )  
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

- (1) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء هو  $\frac{1}{22}$  1
- (2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو  $\frac{3}{44}$  1
- (3) بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل هو  $\frac{37}{44}$  1

## التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بميلني :  $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

و  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة في معزم متعامد ممنظم  $(O, i, j)$

(1) بين أن  $f(-x) = -f(x)$  لكل  $x$  من  $IR$  واستنتج أن النقطة  $O$  مركز تماثل للمنحنى  $(C)$  0.75

(2) تحقق من أن :  $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$  لكل  $x$  من  $IR$  0.5

(يستحسن استعمال هذه الصيغة ل  $f(x)$  لمعالجة الأسئلة الموالية )

(3) أ- بين أن :  $f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$  لكل  $x$  من  $IR$  وتحقق من أن :  $f'(0) = \frac{3}{2}$  1.25

ب- بين أن الدالة  $f$  تزايدية على  $IR$  0.5

ج- بين أن  $y = \frac{3}{2}x$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C)$  في النقطة  $O$  0.5

(4) أ- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  0.5

ب - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$  واستنتج أن المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x+1$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$  0.5

ج - بين أن المنحنى  $(C)$  يوجد تحت المستقيم  $(D)$  0.25

(5) أنشئ المستقيمين  $(D)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  (تذكر أن  $O$  هو مركز تماثل للمنحنى  $(C)$ ) 1.5

(6) أ- بين أن الدالة  $H : x \mapsto x - \ln(e^x + 1)$  دالة أصلية للدالة  $x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}$  على  $IR$  0.75

ب - استنتج أن :  $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1} dx = \ln 4 - \ln 3$  0.5

ج- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(D)$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = \ln 2$  و  $x = 0$  0.5