

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

الموضوع



7	المعامل	NS22	الرياضيات	المادة
3	مدة الأنجاز	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعبة (أو) المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة ،
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ،
- عدد الصفحات: 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)،
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ،
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ،
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 ن	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 ن	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 ن	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
3 ن	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8 ن	دراسة دالة وحساب تكامل	التمرين الخامس

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $B(1,0,1)$ و $A(-1,1,0)$ و $\Omega(1,1,-1)$ والفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها هو 3

1- ا- بين أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ وتحقق من أن $x + y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB)

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (OAB)) = \sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$

2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (OAB)

أ- بين أن : $(t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) .

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$$

ب- حدد مثلث إحداثيات مركز الدائرة (Γ)

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, u, v) ، النقط A و B و C التي

أحافها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = 7 + 2i$ و $b = 4 + 8i$ و $c = -2 + 5i$

1) ا- تحقق من أن $(1+i)(-3+6i) = -9+3i$ وبين أن : $\frac{c-a}{b-a} = 1+i$

ب- استنتج أن $AC = AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{AB}, \overline{AC})$.

2) ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d = 10 + 11i$

ب- أحسب $\frac{d-c}{b-c}$ واستنتج أن النقط B و C و D مستقيمة .

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء وثلاث كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)

نسحب عشوائيا وفي أن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : A : " الحصول على كرتين حمراوين وكرتين خضراوين " B : " لا توجد أية كرة بيضاء من الكرات الأربع المسحوبة "

بين أن $P(A) = \frac{1}{7}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2

ب- بين أن $P(X=1) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الرابع : (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_1 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{25}{10-u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^* .

(1) تحقق من أن $5 - u_{n+1} = \frac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ لكل n من \mathbb{N}^* وبين بالترجع أن : $5 - u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}^* 1

(2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{5}{5-u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^* .

أ- تحقق من أن : $v_{n+1} = \frac{10-u_n}{5-u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^* ثم تحقق من أن $v_{n+1} - v_n = 1$ لكل n من \mathbb{N}^* 0.75

ب- بين أن : $v_n = n$ لكل n من \mathbb{N}^* واستنتج أن $u_n = 5 - \frac{5}{n}$ لكل n من \mathbb{N}^* 1

ج - حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.25

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (x-2)^2 e^x$

ولكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1 cm)

(1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.25

ب - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجما يتم تحديد اتجاهه. 0.5

(2) أ- تحقق من أن $f(x) = x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$ لكل x من \mathbb{R} 0.25

ب - بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ وأول هذه النتيجة هندسيا (نذكر $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ لكل n من \mathbb{N}^*) 0.5

(3) أ- بين أن : $f'(x) = x(x-2)e^x$ لكل x من \mathbb{R} 0.75

ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[2, +\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 2]$ 1

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} 0.5

(4) أ- بين أن $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما غير مطلوب . 1

ب- أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 1

(5) أ- بين أن الدالة $H : x \mapsto (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto x e^x$ على \mathbb{R} ثم احسب $\int_0^1 x e^x dx$ 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$ 0.75

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محو الأفاصيل والمستقيمين اللذين 0.5

معادلتهما $x=0$ و $x=1$ هي $5(e-2)cm^2$

(6) استعمل المنحنى لإعطاء عدد حلول المعادلة : $x \in \mathbb{R}, x^2 = e^{-x} + 4x - 4$ 0.5