

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدرجة العادية 2015
- الموضوع -

NS 22

ROYAUME DU MAROC
ROYAUME ALGERIEN
A 106V 23111



السلطة المغربية
وزارة التربية الوطنية
وتكوين الشباب

المركز الوطني للتقويم والامتحانات
والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسلكها وشعبة العلوم والتكنولوجيا بمسلكها	خمس الإمتحانات

- يسمح باستخدام الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تذاوي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمرين السابقة أو اللاحقة .

يتكون الموضوع من ثلاث تمارين ومسألة ، مستقلة فيما بينها ، وتتوزع حسب العجالات كما يلي :

3 نقط	الهندسة الضمانية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل والمكاملات العددية	المسألة

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد مبني $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين $A(2, 1, 0)$ و $B(-4, 1, 0)$
- 1) ليكن (P) المستوى المار من النقطة A و $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ متجهة متظمة عليه . 0.5
بين أن $x + y - z - 3 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P)
- 2) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق العلاقة $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$ 0.75
بين أن (S) هي الكرة التي مركزها النقطة $\Omega(-1, 1, 0)$ و شعاعها 3
- 3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن (P) يقطع (S) وليق دائرة (C) 0.5
ب- بين أن مركز الدائرة (C) هو النقطة $H(0, 2, -1)$ 0.5
- 4) بين أن $\overline{OH} \wedge \overline{OB} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$ ثم استنتج مساحة المثلث OHB 0.75

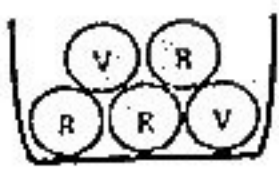
التمرين الثاني (3 ن)

- I- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$
- 1) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2} + \sqrt{2}$ 0.5
- 2) تحقق من أن $a = 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{4}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$ 0.25
- 3) أ- ياخذ $\theta = \cos^2\theta$ ، حيث θ عدد حقيقي ، بين أن $1 + \cos 2\theta = 2\cos^2\theta$ 0.25
ب- بين أن $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (تفكر أن $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$) 0.5
- ج- بين أن $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ هو شكل مثلي للعدد a ثم بين أن $a^4 = \left(2\sqrt{2} + \sqrt{2}\right)^4 i$ 0.5

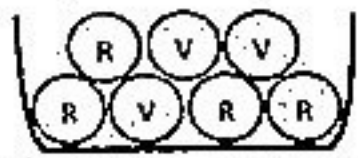
- II- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مبني (O, e_1, e_2) ، النقطتين R و Ω اللتين تحققهما على التوالي هما a و c بحيث $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{2}$ و R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$
- 1) بين أن اللق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$ 0.5
- 2) حدد مجموعة النقط M ذات اللق z بحيث $|z - 2i| = 2$ 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات : أربع كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات : ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس)



الصندوق U_2



الصندوق U_1

I) نعتبر التجربة التالية : ن سحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1 ليكن A الحدث : " الحصول على كرة حمراء واحدة و كرتين خضراوين " و B الحدث : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

بين أن $P(A) = \frac{12}{35}$ و $P(B) = \frac{1}{7}$

II) نعتبر التجربة التالية : ن سحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من U_1 ثم ن سحب عشوائيا كرة واحدة من U_2 ليكن C الحدث : " الحصول على ثلاث كرات حمراء "

بين أن $P(C) = \frac{6}{35}$

تعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$

و تكون (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد معتظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة: 2 cm)

(1) ا- بين أن $D_f =]0, e[\cup]e, +\infty[$ هي مجموعة تعريف الدالة f 0.5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x)$ و أول هتسيا المتجهتون المتوصل إليهما . 0.75

ج- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا بجوار $+\infty$ يتم تحديده . 0.5

(2) ج- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم أول هتسيا النتيجة (احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ لاحظ أن $x(1-\ln x) = x - x \ln x$) 0.5

(3) ا- بين أن $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ لكل x من D_f 0.75

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0, 1[$ و تزايدية على كل من المجالين $]1, e[$ و $]e, +\infty[$ 1

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f 0.25

(II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد معتظم (انظر الشكل)

(1) ا- حدد مبروتيا عدد حلول المعادلة (E) الثابتة: $g(x) = 0$, $x \in]0, +\infty[$. 0.5

ب- نعطي جدول القيم التالي: 0.5

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	-0,14	-0,02	0,12	0,28

بين أن المعادلة (E) تكبل حلا α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

(2) ا- تحقق من أن $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ لكل x من D_f 0.25

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $x = \alpha$ يقطع المنحنى 0.5

(C_f) في النقطتين اللتين اتصولاها 1 و α

ج- حدد ، انطلاقا من (C_g) ، إشارة الدالة g على المجال $]1, \alpha[$ و بين أن $f(x) - x \leq 0$ لكل x من $]1, \alpha[$ 0.5

(3) أنشئ ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) 1.25

(4) ا- بين أن $\int_1^e \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$ (لاحظ أن: $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) 0.75

ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة جيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين 0.75

الذين معادلتهما $x = \sqrt{e}$ و $x = 1$

(III) تعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين بالترجع أن $1 \leq u_n \leq \alpha$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال (II) 2 ج-) 0.5

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . 0.75

