

1/2

الامتحان التجريبي مارس 2005  
المادة : الرياضيات  
الشعبة : العلوم التجريبية  
المستوى : الثانية بكالوريا

وزارة التربية الوطنية  
والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي  
الأكاديمية الجهوية لمراكش تانسيفت الحوز  
ثانوية سحنون  
مراكش المنارة

مدة الإجازة  
3h  
المعامل  
7

### التمرين الأول (3ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بحيث :

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 3^n u_n \text{ نضع } \begin{cases} u_0 = 1 & ; & u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{9}u_{n-1} \end{cases}$$

(1) بين بالترجع أنه : لكل  $n \in \mathbb{N}^*$  ،  $v_n - v_{n-1} = 5$

(2) احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) نضع  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  احسب  $S$  بدلالة  $n$

### التمرين الثاني (3ن)

الفضاء  $(E)$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط الآتية:

$A(2,0,2)$  ،  $B(1,-1,3)$  ،  $C(0,-2,1)$ .

(1) احسب  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

(2) حدد معادلة ديكارتية للمستوى  $ABC$

(3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  التي مركزها  $A$  وتقطع  $ABC$  حسب الدائرة التي مركزها  $B$

وشعاعها 2.

### التمرين الثالث (4ن)

(1) احسب  $(2+i)^2$  ثم استنتج الجذرين المربعين للعدد العقدي  $\Delta = 12 + 16i$

(2) بين أن المعادلة :  $z^3 - (4+4i)z^2 - (2-8i)z + 12 = 0$  ،  $z \in \mathbb{C}$  ،  $(E)$  تقبل حلا حقيقيا يجب تحديده.

(3) حل المعادلة  $(E)$

(4) نضع :  $z_0 = 2, z_1 = -1+i, z_2 = 3+3i$

(أ) اكتب على الشكل المثلثي  $z_0, z_1, z_2$

(ب) بين أنه :  $\frac{z_0 - z_2}{z_0 - z_1} = -i$

(5) لنكن  $M_0, M_1, M_2$  صور  $z_0, z_1, z_2$  على التوالي في المستوى العقدي ، بين أن المثلث  $M_0M_1M_2$  متساوي الساقين وقائم الزاوية.

**التمرين الرابع (10 ن)**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  حيث:

$$f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \text{ و } f(0) = 0 \text{ و } x > 0$$

نرمز بـ  $(C)$  للتمثيل المبياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(الوحدة 5cm)

**الجزء A (4 ن)**

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  حيث:

$$g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x^2 + 1}$$

1- (a) بين أن  $g'(x) = \frac{2(x^2 - 1)}{x(x^2 + 1)^2}$  لكل  $x \in ]0, +\infty[$

(b) ادرس إشارة  $g'(x)$  حسب قيم  $x$

2- ادرس نهايتي  $g$  عند  $0$  وعند  $+\infty$

3- (a) أنشئ جدول تغيرات  $g$

(b) استنتج أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,5 < \alpha < 0,6$

4- استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$

**الجزء B (4 ن)**

1- بين أنه لكل  $x \in ]0, +\infty[$  لدينا  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج تغيرات  $f$  على  $]0, +\infty[$

2- (a) احسب نهاية  $xf(x)$  عندما  $x$  تؤول إلى  $+\infty$  (يمكن وضع  $t = \frac{1}{x^2}$ )

(b) استنتج أن  $f(x)$  تؤول إلى  $0$  عندما  $x$  يؤول إلى  $+\infty$

3- (a) بين أن  $x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$  تؤول إلى  $0$  عندما  $x$  يؤول إلى  $0^+$  (يمكن

$$\text{كتابة } x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = x \ln(x^2 + 1) - 2x \ln x$$

(b) ادرس قابلية اشتقاق  $f$  في  $0$  ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.

4- أنشئ جدول تغيرات  $f$

5- ارسم  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (نقبل أن  $f(\alpha) = f(0,5) = 0,80$ )

**الجزء C (2 ن)**

ليكن  $J_\lambda$  عددا حقيقيا من المجال  $]0, 1[$

1- باستعمال المكاملة بالأجزاء، احسب  $J_\lambda = \int_\lambda^1 f(x) dx$  ثم بين أن  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} J_\lambda = \ln 2$

2- نقبل أن هذه النهاية هي مساحة جزء المستوى المكون من مجموعة النقط ذات الإحداثيتين  $(x, y)$

والتي تحقق:  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq x \leq f(x) \end{cases}$ ، استنتج قيمة هذه المساحة بـ  $cm^2$