المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2003

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكيها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (2,0 ن)

1,00 ن | 1 | باستعمال مكاملة بالأجزاء، أحسب التكامل التالي : $I = \int_1^2 \ln x \, dx$

1,00 ن | 2 | أحسب التكامل التالي : $J = \int_0^{\ln 4} x\sqrt{e^x}\, dx$ (يمكنك وضع : $t = \sqrt{e^x}$)

التمرين الثاني : (2,5 ن)

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 2 و كرتين سوداوين تحملان العددين 0 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .

1,50 ن | 1 | أحسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين :

A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون " .

B : " جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم " .

1,00 ن | 2 | نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين ، حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث : (3,5 ن)

ليكن m عددا عقديا معلوما معياره $\sqrt{2}$ و عمدته α و نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة (E) المعرفة بما يلي : $(E) : mz^2 - 2z + \bar{m} = 0$.

($\bar{m}$ هو مرافق m و $|m| = \sqrt{m\bar{m}}$)

1,00 ن | 1 | بين أن حلي المعادلة (E) هما : $z' = \dfrac{1+i}{m}$ و $z'' = \dfrac{1-i}{m}$

1,50 ن | 2 | أكتب كل من z' و z'' و $\dfrac{z'}{z''}$ على الشكل المثلثي .

1,00 ن | 3 | في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط : A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : z' و z'' و $(z' + z'')$. بين أن الرباعي $OACB$ مربع .

التمرين الرابع : (2,0 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ، نعتبر النقطة $A(2,0,2)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ ذو المعادلة : $x + y - z - 3 = 0$.

0,50 ن | 1 | حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A و العمودي على $(\mathcal{P})$

0,50 ن | 2 | حدد احداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوى $(\mathcal{P})$.

3 نعتبر الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها A و التي تقطع المستوى $(\mathcal{P})$ وفق الدائرة التي مركزها B و شعاعها 2 .

3 أ حدد شعاع الفلكة $(\mathcal{S})$. — 0,50 ن

3 ب أكتب معادلة ديكارتية للفلكة $(\mathcal{S})$. — 0,50 ن

التمرين الخامس : (10,0 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=\begin{cases}\ln(1-x^3) & ;\ x<0\\ 4x\sqrt{x}-3x^2 & ;\ x\geq 0\end{cases}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 أ بين أن الدالة f متصلة في النقطة O . — 0,50 ن

1 ب بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق في النقطة O (نذكر أن : $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}=1$) — 1,00 ن

2 بين أن الدالة f تناقصية على المجالين $]-\infty;0]$ و $[1;+\infty[$ ، و تزايدية على المجال $[0;1]$ — 1,50 ن

3 أ أحسب النهايتين : $\lim\limits_{t\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{t\to+\infty} f(x)$. — 0,50 ن

3 ب تحقق من أنه لكل $x<0$ لدينا : $\frac{f(x)}{x}=3\left(\frac{\ln(-x)}{x}\right)+\frac{\ln(1-x^{-3})}{x}$ — 0,50 ن

3 ج أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(\mathscr{C})$. — 0,50 ن

4 أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$. — 1,00 ن

5 ليكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

5 أ بين أن h تقابل من المجال $]-\infty;0[$ نحو مجال J يجب تحديده . — 0,50 ن

5 ب حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J . — 1,00 ن

6 نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : — 1,00 ن

$$\begin{cases}u_{n+1}=4u_n\sqrt{u_n}-3(u_n)^2 & ;\ (\forall n\epsilon\mathbb{N})\\ u_0=\frac{4}{9}\end{cases}$$

(يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f)

6 أ بين بالترجع أن : $\frac{4}{9}\leq u_n\leq 1\ \ ;\ (\forall n\epsilon\mathbb{N})$ — 0,50 ن

6 ب بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ تزايدية — 0,50 ن

6 ج استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها. — 1,00 ن