

الشعبة: ع تجريبية - ع أ ص - ع ز	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا	المملكة المغربية
المدة: 3 ساعات	نورة يونيو 2004	وزارة التربية الوطنية و الشباب

التمرين 1

3.50

الفضاء (E) منسوب إلى معجم متعامد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ حيث $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$

1- بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0; 2; -1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$.

2- أ- تحقق أن $A(-1; 1; 0) \in (S)$.

ب- أكتب معادلة المستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A

3- تحقق من أن : $x + y + z - 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المر من $B(1; 3; -2)$ و $\vec{n}(1; 1; 1)$ منظمية عليه

التمرين 2

3.50

نعتبر المعادلة (E): $z \in \mathbb{C} \quad z^2 - 4iz - 4(1+i) = 0$

نرمز لـ z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) حيث $R(z_1) > 0$

1- بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = [2\sqrt{2}(1+i)]^2$ ثم حدد z_1 و z_2

2- نضع $a = 2i$; $b = \sqrt{2}(1+i)$

تحقق أن $z_1 = a + b$; $z_2 = a - b$ و أكتب a و b على الشكل المتثني.

3- في المستوى العقدي المنسوب إلى معجم متعامد منظم $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C التي أحاطها على التوالي

هي a و b و z_1 .

أ- مثل النقط A و B و C و تحقق أن $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$ و أن $OA = OB$

ب- استنتج أن $\angle OBC = A$ معين ثم أن $[2\pi]$ $\arg(z_1) = \frac{3\pi}{8}$

التمرين 3

03

يحتوي كيس على تسع بیدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس بیدقتان ببيضاوان تحملان الرقم 1 وثلاثة بیدقات تحمل حمراء

تحمل الأرقام 1، 1، 2 و أربع بیدقات سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2

نسحب من عشوائية في ان واحد ثلاث بیدقات من الكيس.

1- أحسب احتمال كل منالأحداث :

A : " البیدقات الثلاث المسحوبة مختلفة اللون (بیدقة من كل لون) "

B : " البیدقات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم "

C : " من بين البیدقات المسحوبة توجد على الأقل بیدقة واحدة حمراء "

2- أحسب احتمال $A \cap B$

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$$

(I) نعتبر f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معجم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أ- تحقق أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

ب- بين أن الدالة f فردية

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أ- بين أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)$

ب- أعط جدول تغيرات f على \mathbb{R}^+

ج- استنتج أن $\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad 1 - \frac{2}{e^x + 1} < \frac{1}{2}x$

(4) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

(5) أنشئ في المعجم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم ذا المعادلة $y = 1 - \frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C) .

(6) أ- بوضع $t = e^{-x}$ بين أن $\int_{-1}^0 \frac{1}{1+e^x} dx = \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C) و محور الإقصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x = -1$

و $x = 0$

(II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1} \quad \text{و} \quad u_0 = 1$$

1- بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 0$

2- أ- تحقق باستعمال نتيجة السؤال الثالث من الجزء الأول أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} < \frac{1}{2}u_n$

ب - استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية.

3- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$