



- يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها و ثلاث تمارين و مسألة .  
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة .

أسئلة (أربع نقط)

- (1) حل المعادلة التفاضلية:  $y'' + y' - 6y = 0$  1
- (2) أكتب على الشكل المتلثي العدد العقدي  $Z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$  1
- (3) باستعمال المكاملة بالأجزاء، بين أن  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \ln(1 + \cos(x)) dx = \frac{\pi}{2} - 1$  1  
( نذكر أن  $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$  )
- (4) نضع  $u_n = n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  1  
أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

التمرين الاول (نقطتان)

- في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد منظم ، نعتبر المستوى  $(P)$  الذي معادلته  $x - z + 1 = 0$  و  
الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1; 0; 0)$  و شعاعها  $r = 2$  .  
(1) بين أن  $(P)$  و  $(S)$  يتقاطعان و فق دائرة  $\Gamma$  . 0,5  
(2) حدد مركز و شعاع الدائرة  $\Gamma$  . 1,5

التمرين الثاني (نقطتان و نصف)

- (1) أكتب الشكل الجبري العدد العقدي  $(1 - i)^2$  . 0,25
- (2) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة:  $z^2 - 2(1 + 2i)z - (3 - 6i) = 0$  . 0,75
- (3) نعتبر في المستوى العقدي النقطتين  $A$  و  $B$  لحاقهما على التوالي هما:  $a = 3i$  و  $b = 2 + i$  1,5  
حدد ثم أنشئ:  $(D)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللحق  $z$  بحيث:  $|z - 3i| = |z - 2 - i|$

التمرين الثالث (ثلاث نقط و نصف)

- يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء و كرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس .  
(1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس . 0,5  
ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء؟

- (2) نسحب عشوائيا بالنتابع و بإحلال 5 كرات من الكيس.  
ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين بالضبط؟  
(3) نسحب عشوائيا بالنتابع و بإحلال  $n$  كرة من الكيس.

أ- بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو  $p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$

- ب- ما هو العدد الأدنى من السحبات التي يكون من أجلها  $p \geq 0,999$  ؟  
(نأخذ  $\log 3 \approx 0,48$  حيث  $\log$  هو اللوغاريتم العشري)

## مسألة (ثمان نقط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; 2[$  بما يلي:  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب- بين أن:  $\forall x \in ]0; 2[ \quad f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة  $f$

(2) أ- بين أن النقطة  $A(1,0)$  مركز تماثل المنحنى  $(C)$ .

ب- أكتب معادلة ديكارتية للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $A(1,0)$ .

(3) نضع  $\varphi(x) = f(x) - x$  لكل  $x$  من المجال  $]0; 2[$ .

أ- بين أن  $\varphi\left(\frac{3}{2}\right) < 0$  و  $\varphi\left(\frac{7}{4}\right) > 0$  (نأخذ  $\ln 3 \approx 1,1$  و  $\ln 7 \approx 1,94$ )

ب- استنتج أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل حلا  $\alpha$  بحيث  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{4}$  و نول النتيجة مبيانيا.

(4) أ- بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$ .

ب- بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{-1}(x) = \frac{2e^x}{1+e^x}$

(5) أنشئ في نفس المعلم المنحنى  $(C)$  و المنحنى  $(\Gamma)$  الممثل للدالة  $f^{-1}$ .

(6) أ- أحسب  $\int_0^\alpha \frac{e^x}{1+e^x} dx$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين  $(C)$  و  $(\Gamma)$  و محوري المعلم.