الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2005)

الموضوع:

المادة: الرياضيات

مدة الإنجاز: ثلاث ساعات

الشعبة: العلوم التجريبية ـ العلوم التجريبية الأصلية ـ العلوم الزراعية

المعامـــل: 7

ـ يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها و ثلاث تمارين و مسألة .
ـ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة.

أسئلة : 4,5

1) حل المعادلة : $z^2 - 2(1+2i)z + 1 + 4i = 0$ ؛ $z \in \mathbb{C}$. 1

2) بين أن : $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = 1$. 1

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\displaystyle\int_1^e x^2 \ln x\,dx = \frac{2e^3+1}{9}$. 1

4) بين أن $\displaystyle\int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} = \frac{\pi}{6}$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x-1}$) . 1,5

التمرين الأول 2,5

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم الفلكة (S) التي معادلتها:
$(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ و المستوى (P) الذي معادلته $x+y-3=0$

1) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) 1

2) حدد مثلوث احداثيات نقطة تماس (P) و (S) 1,5

التمرين الثاني : 3

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وسبع كرات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق. ليكن A و B الحدثين التاليين :

A : " الكرتان المسحوبتان لونهما أسود " .

B : " من بين الكرتين المسحوبتين توجد على الأقل كرة لونها أبيض " .

بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{7}{15}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{8}{15}$. 1,25

2) نعتبر التجربة العشوائية التالية : نسحب كرة واحدة من الصندوق ، فإذا كانت بيضاء نتوقف عن السحب، وإذا كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية وأخيرة من الصندوق.

ليكن C و D الحدثين التاليين :

C : " الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى " .

D : " الحصول على كرة بيضاء " .

أ) احسب احتمال الحدث C . 0,75

ب) بين أن احتمال الحدث D يساوي 1

...←

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2005)

المادة: الرياضيات — مدة الإنجاز: ثلاث ساعات
الشعبة: العلوم التجريبية - العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية — المعامل: 7

10	مسألة :
	الجزء الأول :
	نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0\,,+\infty[$ بما يلي :
	$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.
0,75	1) أ - احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g .
0,25	ب - استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.
0,5	2) أ - بين أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1).\ln x$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.
0,5	ب - بين أن : $(x-1).\ln x\geq 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.
0,5	3) استنتج أن : $h(x)>0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.
	الجزء الثاني :
	نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$.
	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .
0,5	1) أ - احسب $\lim\limits_{0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.
1	ب - احسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)=+\infty$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$
0,5	(لاحظ أن : $f(x)=1+x\ln x.\left(1-\dfrac{\ln x}{x}\right)$) .
0,25	2) أ - بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.
0,5	ب - استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0\,,+\infty[$.
0,5	3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1\,,1)$.
1	أ - بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y=x$.
0,75	ب - تحقق من أن : $f(x)-x=(\ln x-1).g(x)$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$.
	ج ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .
	4) أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5) .
	الجزء الثالث :
	نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{e}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من IN .
0,5	1) بين بالترجع أن : $1<u_n<e$ لكل n من IN .
1	2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3) ج- من الجزء الثاني) .
1	3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.