| الشعب : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية<br>مدة الإنجاز : 3 ساعات<br>المعامل : 7 | الإمتحان الوطني الموحد للباكالوريا<br>( الدورة العادية : 2006 )<br>مادة الرياضيات | المملكة المغربية<br>وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الاطر و البحث العلمي<br>قطاع التربية الوطنية |
|---|---|---|

التمرين الأول: ( نقطتان )

1 ) حل المعادلة التفاضلية : $y''-6y'+9y=0$ 0.75

2 ) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E): y''-6y'+9y=2e^{3x}$

أ - بين أن الدالة $u$ المعرفة على $IR$ بمايلي : $u(x)=x^2e^{3x}$ هي حل خاص للمعادلة $(E)$. 0.75

ب - أعط الحل العام للمعادلة $(E)$. 0.5

التمرين الثاني : ( أربع نقط )

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $C$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}(1+i)z+8i=0$

نرمز ب $z_1$ و $z_2$ لحلي المعادلة بحيث $Re(z_1) \succ Re(z_2)$

1 ) حدد $z_1$ و $z_2$ . ( لاحظ أن : $(1-i)^2=-2i$ ) 0.75

2 ) أ - بين أن : $z_1^2=4(\sqrt{3}+i)$ و $z_2=i\overline{z_1}$ . 1

ب - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $4(\sqrt{3}+i)$ . 0.25

ج - أ ستنتج الشكل المثلثي لكل من العددين $z_1$ و $z_2$ . 1

3 ) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين 1

A و B اللتين لحقاهما على التوالي $z_1$ و $z_2$ .

أحسب $\arg(\frac{z_2}{z_1})$ ثم أستنتج أن المثلث OAB متساوي أضلاع .

التمرين الثالث : ( أربع نقط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$

و المستوى $(P)$ الذي معادلته : $x-y+3z=0$ .

1 ) أ - تحقق من أن : $\begin{cases} x=t \\ y=-t \quad (t\in IR) \\ z=3t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم $(OA)$ . 0.5

ب - حدد معادلة ديكارتية للمستوى $(Q)$ العمودي على المستقيم في النقطة $A$ . 0.75

ج - تحقق من أن $(P)$ يوازي المستوى $(Q)$ . 0.25

2 ) نعتبر الفلكة $(S)$ المماسة للمستوى $(Q)$ في $A$ و التي يقطعها المستوى $(P)$ وفق الدائرة $\Gamma$

التي مركزها $O$ و شعاعها $\sqrt{33}$ .

0.75 أ - بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة $(S)$ ينتمي إلى $(OA)$ ثم أستنتج أن $b=-a$ و $c=3a$ .

1.25 ب - بين أن : $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ثم أستنتج أن $a-b+3c=-11$ .

0.5 ج - أستنتج إحداثيات $\Omega$ مركز الفلكة $(S)$ ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$ .

مسألة : ( 10نقط)

I ) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بمايلي: $g(x)=\ln(1+x)-x$ .

0.75 1) أ – أحسب $g'(x)$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ ثم بين أن الدالة $g$ تناقصية قطعا على $[0,+\infty[$ .

0.25 ب – أستنتج أن : $g(x)\leq 0$ لكل $x$ من $[0,+\infty[$ .

0.5 2) بين أن: $0<\ln(1+x)<x$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ .

II ) نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

و $(C)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ . ( الوحدة $1cm$ )

0.5 1) بين أن حيز تعريف الدالة $f$ هو : $D=]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ .

0.5 2) أ - بين أن $f$ دالة فردية .

0.5 ب - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)$

0.75 3) أ – بين أن : $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$ $\forall x\in D$

0.5 ب - أستنتج تغيرات الدالة $f$ على المجال $]1,+\infty[$ .

0.25 4) أ - تحقق من أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(C)$.

0.5 ب - أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ( يمكن ملاحظة أن : $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ $\forall x\in D$ )

0.25 ج - أستنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ و المستقيم $(\Delta)$ .

1 5) أنشئ $(C)$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( نأخذ $\sqrt{3}\approx1,7$ و $f(\sqrt{3})\approx3$ )

1.25 6) أ - بين أن : $\int_2^4\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln5-6\ln3$ ( يمكن أستعمال مكاملة بالأجزاء )

0.25 ب – أستنتج ب $cm^2$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(C)$ و المستقيمات التي معادلاتها على التوالي : $x=2$ و $x=4$ و $y=x$ .

III ) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq2}$ المعرفة بما يلي : $u_n=f(n)-n$ لكل $n$ من $IN^*-\{1\}$

0.25 1 ) أ – تحقق من أن $u_n=\ln\left(1+\frac{2}{n-1}\right)$ لكل $n$ من $IN^*-\{1\}$ .

| | |
|---|---|
| ب - بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تناقصية . | 0.75 |
| 2 ) أ- بين أن $0 \prec u_n \prec \frac{2}{n-1}$ لكل n من $IN^*-\{1\}$ . ( يمكن استعمال نتيجة السؤال I ) 2 ) ) | 0.5 |
| ب - أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ . | 0.5 |