

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3,5 ن)

- نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد منظم $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $B(2,4,2)$ و $A(2,0,-1)$ و $C(3,3,3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$:
- بين ان مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2,2,4)$ وأن شعاعها يساوي 2
 - ليكن (P) المستوى المار من النقطة A و العمودي على المستقيم (BC) .
بين ان معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : $x - y + z - 1 = 0$
 - أ - بين ان المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1.
ب - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P) .
ج - حدد مثلث احداثيات النقطه ω مركز الدائرة (Γ) .

1
0,75
1
0,25
0,5

التمرين الثاني (2,5 ن)

- يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء و أربع بيدقات سوداء (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .
- ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما بيض ؟
 - ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون ؟
 - ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل ؟

0,75
0,75
1

التمرين الثالث (3 ن)

- لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}(u_n - 4n - 1)$ لكل n من $\mathbb{N}$.
نضع $v_n = u_n + n - 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.
- بين ان (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$.
 - أ - احسب v_n بدلالة n .
ب - استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.
 - نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ حيث n عنصر من $\mathbb{N}$.
بين ان : $T_n = \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right)$ و أن $S_n = T_n - \frac{(n+1)(n-2)}{2}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1
0,5
0,5
1

التمرين الرابع (3 ن)

- (1) تحقق من أن : $(\sqrt{2} + 2i)^2 = -2 + 4\sqrt{2}i$. 0,25
- (2) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - (\sqrt{2} + 2)z + 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i = 0$ 0,75
- (3) نعتبر العددين العقديين $z_1 = 1 - i$ و $z_2 = 1 + \sqrt{2} + i$. 0,5
- أ - حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي z_1 .
- ب - بين أن : $z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2} \bar{z}_2$ ($\bar{z}_2$ هو مرافق العدد z_2) . 1
- استنتج أن : $\arg(z_1) + 2\arg(z_2) = 0 [2\pi]$
- ج - حدد عمدة للعدد z_2 . 0,5

مسألة (8 ن)

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$.
- (1) بين أن $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج منحنى تغيرات الدالة g على $]0, +\infty[$. 1
- (2) بين أن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, 1]$ و أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $[1, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) . 0,5
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$.
- ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$) ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 0,75
- ب - تحقق من أن : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$. 0,25
- ج - احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ (يمكن وضع $t = \frac{1}{x}$) ثم أول النتيجة هندسيا . 0,5
- د - بين أن (C) يقبل فرعاً شلجيميا اتجاهه المقارب هو المستقيم الذي معادلته هي : $y = x$. 10,5
- (2) بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . 1,5
- (3) أفسس المنحنى (C) في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$. 1
- (4) أ - بين أن الدالة $G : x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $g : x \rightarrow \ln x$ على $]0, +\infty[$. 0,5
- ب - باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$. 0,75
- ج - حدد مساحة حيز المستوى المحصور (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x = e$ و $x = 1$. 0,75