

C : NS22

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2007)
الموضوع

المادة: الرياضيات

مدة الاجاز : 3

المعامل : 7

الشعب (5) : العلوم التجريبية الأصيلة + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ الفلكة (S) التي معادلتها هي :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 8 = 0 \text{ و المستوى } (P) \text{ الذي معادلته هي : } x - y + 2z + 1 = 0$$

(1) بين ان مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1, 2, 3)$ أن شعاعها يساوي $\sqrt{6}$.

(2) تحقق من أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

(3) أ- حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P).

ب- حدد مثلث إحداثيات ω نقطة تماس (P) و (S).

التمرين الثاني : (3 ن)

(1) أ- أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(3 - 2i)^2$

ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 2(4 + i)z + 10 + 20i = 0$

(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A و B و C التي ألقاها على

النوالي هي : $a = 1 + 3i$ و $b = 7 - i$ و $c = 5 + 9i$.

أ- بين أن : $\frac{c-a}{b-a} = i$

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية .

التمرين الثالث : (2,5)

(1) تحقق من أن : $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ لكل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$.

(2) بين أن : $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 3$

(3) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^2 x \ln(x+1) dx = \frac{3}{2} \ln 3$

التمرين الرابع: (2,5)

يحتوي كيس على سبع بيد قات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التمييز بين البيد قات باللمس).
نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيد قات من الكيس.

لتكن الأحداث التالية :

- A : " لا توجد أية بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيد قات الثلاثة المسحوبة ".
B : " سحب ثلاث بيد قات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثني ".
C : " مجموع الأعداد المسجلة على البيد قات الثلاثة المسحوبة منعدم ".

احسب احتمال كل من الحدثين A و C ثم بين أن احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$

2,5

مسألة : (9 ن)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$.
(1) احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن g تزايدية على $[0, +\infty[$ وتناقصية على $]-\infty, 0]$.
(2) بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g(0) = 0$) ثم استنتج أن $e^{-x} + x \geq 1$ لكل x من $\mathbb{R}$.

0,75

0,5

(II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو $\mathbb{R}$ (يمكن استعمال نتيجة السؤال (2I)) .

0,5

(2) أـ بين أن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

0,25

بـ بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم أول هندسيا هاتين النتيجةين .

1,5

(3) أـ بين أن : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

0,75

بـ ادرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0,5

(4) أـ اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم .

0,5

بـ تحقق من أن : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم ادرس إشارة $x - f(x)$ على $\mathbb{R}$.

0,75

جـ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) الذي معادلته هي : $y = x$.

0,25

(5) أنشئ (Δ) و (C) في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\frac{1}{1-e} = -0,6$) .

1

(III) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

(1) بين بالترجع أن $0 \leq U_n \leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

0,5

(2) بين أن المتتالية (U_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال (4II)) .

0,5

(3) استنتج أن (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

0,75