

### التمرين الأول: (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معزم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة  $A(0,0,1)$  والمستوى  $(P)$  الذي معادلته  $2x + y - 2z - 7 = 0$  والكرة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(0,3,-2)$  و شعاعها هو 3

1- أ- بين أن :  $(t \in \mathbb{R})$  تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $A$  والعمودي على  $(P)$

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

ب- تحقق من أن  $H(2,1,-1)$  هي نقطة تقاطع المستوى  $(P)$  والمستقيم  $(\Delta)$

2- أ- بين أن  $\vec{\Omega A} \wedge \vec{u} = 3(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$  حيث  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$

ب- بين أن مسافة النقطة  $\Omega$  عن المستقيم  $(\Delta)$  تساوي 3

ج- استنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  مماس للكرة  $(S)$  و تحقق من أن  $H$  هي نقطة تماس المستقيم  $(\Delta)$  والكرة  $(S)$

### التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المعرفة بما يلي :  $u_1 = 5$  و  $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

1- بين بالترجع أن  $u_n > 2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

2- نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المعرفة بما يلي :  $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن  $v_{n+1} = \frac{1 + u_n}{u_n - 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ثم بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  حسابية أساسها 1

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  و استنتج أن  $u_n = 2 + \frac{3}{n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

ج- حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### التمرين الثالث: (3 ن)

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمباراة توظيف، يسحب مترشح، عشوائيا ، بالتتابع و بدون إحلال بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات و بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية ( نعتبر أنه لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس ) .

1- نعتبر الحدث  $A$  : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية " و الحدث  $B$  : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

بين أن  $p(A) = \frac{1}{45}$  و  $p(B) = \frac{16}{45}$

2- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  هي 0 و 1 و 2

ب- بين أن  $p(X=0) = \frac{28}{45}$  ثم أعط قانون احتمال  $X$

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 4z + 5 = 0$  0.75

(2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  و  $\Omega$  التي إحداثياتها على التوالي هي :  $a=2+i$  و  $b=2-i$  و  $c=i$  و  $d=-i$  و  $\omega=1$

أ- بين أن  $\frac{a-\omega}{b-\omega} = i$  0.25

ب- استنتج أن المثلث  $\Omega AB$  قائم الزاوية و متساوي الساقين في  $\Omega$  0.5

(3) ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $\Omega$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن :  $z' = iz + 1 - i$  0.5

ب- تحقق من أن  $R(A) = C$  و  $R(D) = B$  0.5

ج- بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  تنتمي إلى نفس الدائرة محدد مركزها 0.5

### التمرين الخامس (8 ن.)

نعتبر الدالة العديدة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = (xe^x - 1)e^x$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة : 2 cm)

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  و أول النتيجة هندسيا 0.75

(2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  0.75

ب- استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعا شامخا بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه 0.5

(3) أ- بين أن  $f'(x) = e^x(e^x - 1 + 2xe^x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم تحقق من أن  $f'(0) = 0$  1

ب- بين أن  $e^x - 1 \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  و أن  $e^x - 1 \leq 0$  لكل  $x$  من  $]-\infty, 0]$  0.5

ج- بين أن الدالة  $f$  تزايدية على  $[0, +\infty[$  و تناقصية على  $]-\infty, 0]$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  1.25

(4) أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $[0, +\infty[$  و أن  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$  (نقبل أن  $\frac{1}{2} < e^{\frac{1}{2}} < 1$ ) 0.75

ب- أنشئ  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها) 0.75

(5) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_0^1 \frac{1}{2} xe^{2x} dx = \frac{1}{4}$  0.75

(6) احسب ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و محور الأفاصيل و المستقيمين 1

الذين معادلتهما  $x = \frac{1}{2}$  و  $x = 0$