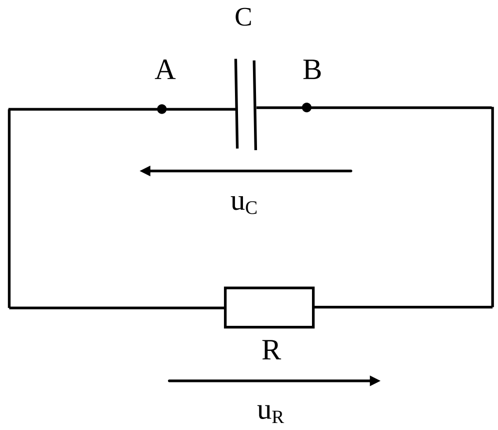
09/2006 Antilles Exercice n°2 (5 points) DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

http://labolycee.org

On envisage le circuit suivant constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C.



À l' instant t = 0, le condensateur est chargé sous la tension U_0 = 10 V.

On notera :
- u_C la tension aux bornes du condensateur à l'instant t, et l'on a $u_C(0) = U_0$
- u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique à l'instant t,
- i l'intensité du courant à l'instant t. Cette intensité a été comptée positivement au cours de la charge du condensateur,
- q_A la charge de l'armature A du condensateur à l'instant t.

1. <u>ÉTABLISSEMENT DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE LORS DE LA DECHARGE</u>

1.1 Quelle relation lie u_R et u_C ?

1.2 Rappeler la relation qui lie la charge q_A de l'armature A à la tension u_C.

1.3 Quel est le signe de i ? Établir la relation liant l'intensité i du courant à la tension u_C.

1.4 Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de u_C peut s'écrire :

$\alpha\, u_C + \dfrac{du_C}{dt} = 0$ où α est une constante non nulle.

Donner alors l'expression de α en fonction de R et C.

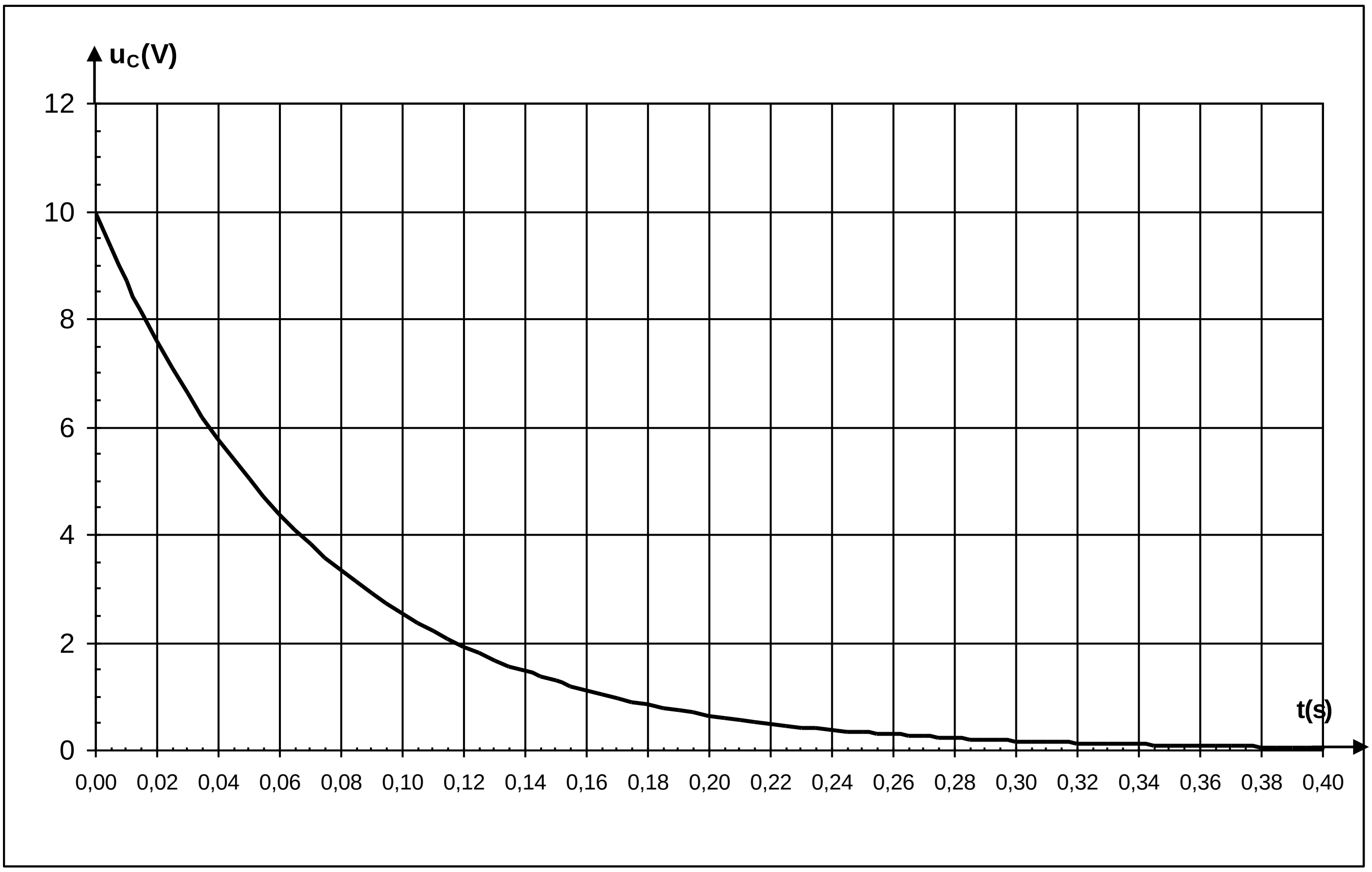
2. <u>SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE</u>

Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire $u_C = Ae^{-\beta t}$ où A et β sont deux constantes positives non nulles.

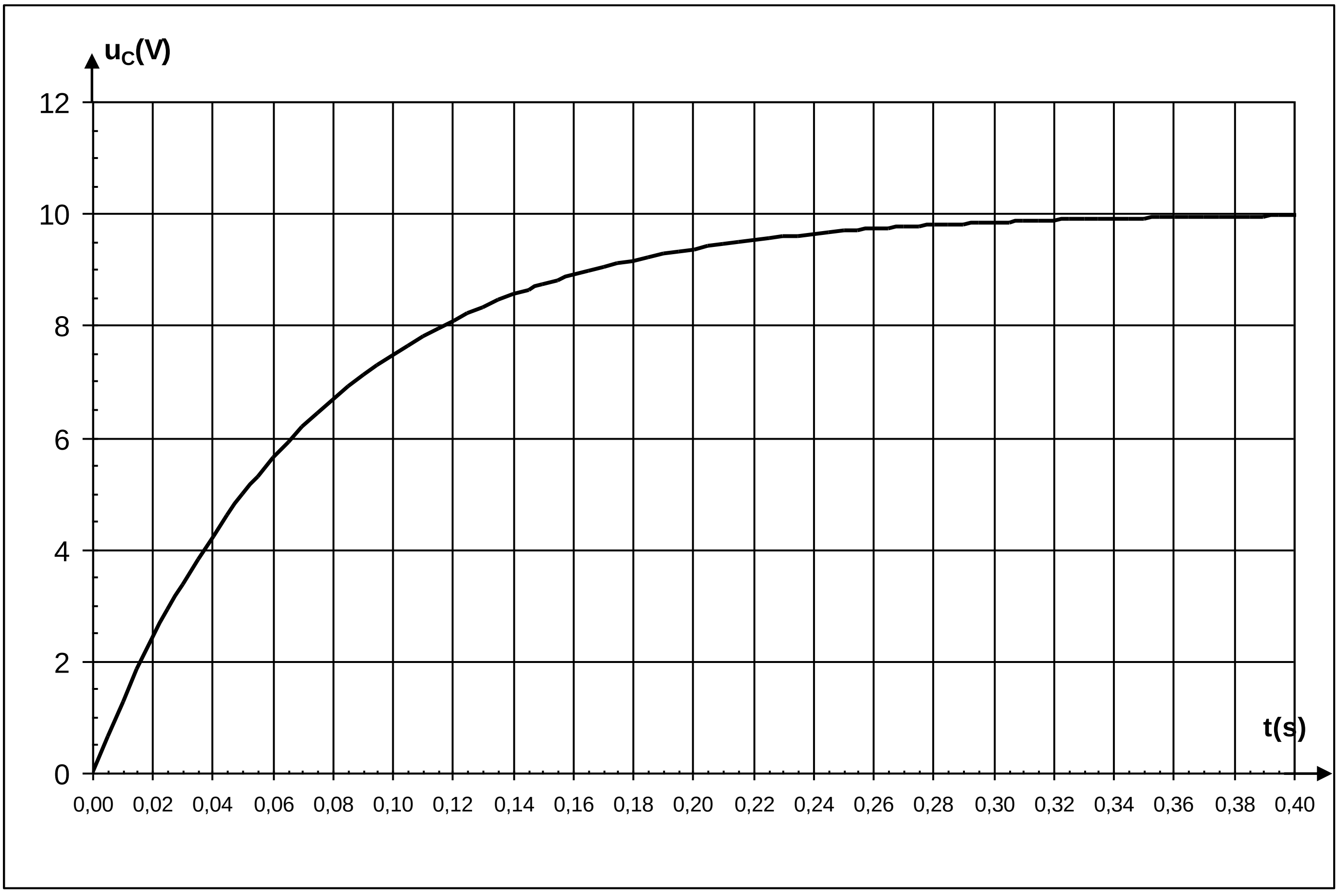
2.1 En utilisant l'équation différentielle, montrer que $\beta = \dfrac{1}{RC}$.

2.2 Déterminer la valeur de A.

2.3 Indiquer parmi les **courbes 1** et **2** données ci-après, celle qui peut représenter u_C. Justifier la réponse.



Courbe 1

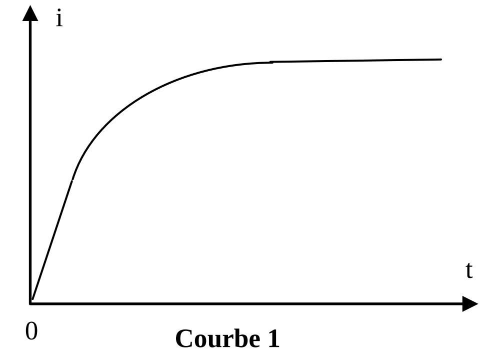


Courbe 2

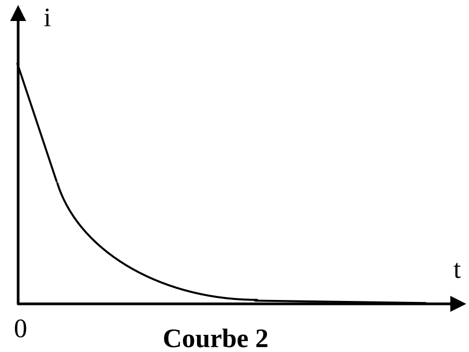
2.4 Donner l'expression littérale de la constante de temps τ.
2.5 Montrer par analyse dimensionnelle que τ a la même unité qu'une durée.
2.6 Déterminer sur la courbe choisie la valeur de la constante de temps τ du circuit.
2.7 Sachant que $R = 33\ \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

3. INTENSITÉ DU COURANT

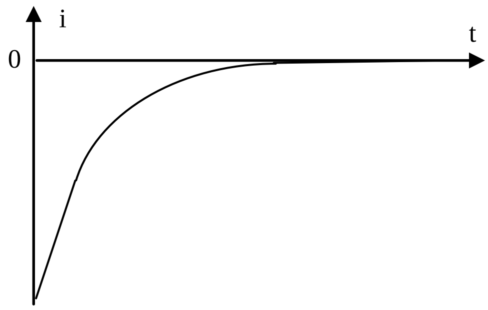
3.1 En utilisant les résultats précédents, montrer que $i = -\dfrac{U_0}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$.
3.2 Déterminer la valeur I_0 de i à t = 0.
3.3 En justifiant la réponse, indiquer parmi les quatre courbes ci-dessous celle qui peut représenter i.



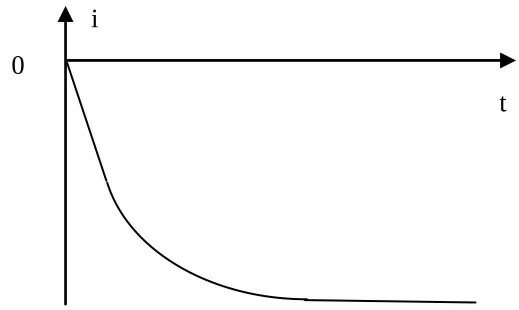
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4

3.4 Calculer la valeur de i pour t = 0,50 s.
3.5 Déterminer la valeur de u_C à la même date.
3.6 Le condensateur est-il déchargé ? Justifier la réponse.

4. ÉNERGIE EMMAGASINÉE DANS LE CONDENSATEUR

4.1 Rappeler l'expression de l'énergie emmagasinée dans le condensateur du montage étudié en fonction de sa capacité et de la tension u_C à ses bornes, puis en fonction de sa capacité et de la charge q_A de son armature A.
4.2 On remplace ce condensateur par un autre condensateur de capacité C' supérieure à C. Ce condensateur est chargé sous la même tension U_0. L'énergie emmagasinée dans ce condensateur est-elle supérieure à la précédente ?