Nouvelle Calédonie 2006 *calculatrice interdite*

EXERCICE III. ÉVOLUTION ÉNERGÉTIQUE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE (4 points)

Correction Labolycee http://labolycee.org

1. Étude énergétique du condensateur

On étudie la charge du condensateur. À l'instant de date t = 0 s. le condensateur est déchargé et on bascule le commutateur en position 1.

1.1 Tensions

tension $u_{DB}(t)$ aux bornes de la résistance représentée par une flèche pointant vers **D**.
tension $u_{AB}(t)$ aux bornes du condensateur représentée par une flèche pointant vers **A**.

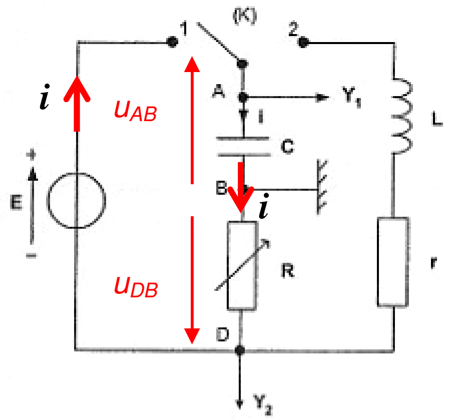


Figure 1

1.2. Charge du condensateur

1.2.1. Soit q la charge portée par l'armature A du condensateur. Lorsque K est en 1, le courant transitoire arrive sur l'armature A donc les électrons partent de **cette armature qui se charge positivement: $q > 0$.**
Compte tenu du sens choisi pour le courant sur le schéma on a: $\mathbf{q = C\,.\,u_{AB}}$

1.2.2. En tenant compte de l'orientation du circuit: $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$

1.2.3. Additivité des tensions: $\mathbf{E + u_{DB}(t) = u_{AB}(t)}$ **(1)**
Représentons la flèche intensité du courant, puis appliquons la loi d'Ohm (convention récepteur : attention flèches i et u dans le même sens donc signe – à ajouter) : $u_{DB}(t) = -R.i(t)$.

D'après 1.2.2., il vient $u_{DB}(t) = -R\,\dfrac{dq(t)}{dt}$.

D'après 1.2.1., on obtient $u_{DB}(t) = -R.\dfrac{d(C.u_{AB})}{dt}$, C est constante finalement $u_{DB}(t) = -R.C.\dfrac{du_{AB}}{dt}$.

en reportant dans (1): $E - R.C.\dfrac{du_{AB}}{dt} = u_{AB}(t)$

finalement: $\boxed{\dfrac{du_{AB}}{dt} + \dfrac{u_{AB}}{R.C} = \dfrac{E}{R.C}}$ (2)

1.2.4. Vérifions que: $u_{AB}(t) = E.\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$ est solution de cette équation différentielle (2) :

On peut écrire $u_{AB}(t) = E - E.\ e^{-\frac{t}{R.C}}$, dérivons cette fonction $\dfrac{du_{AB}}{dt} = \dfrac{E}{R.C}.e^{-\frac{t}{R.C}}$.

Exprimons $\dfrac{du_{AB}}{dt} + \dfrac{u_{AB}}{R.C}$ en utilisant les deux expressions ci-dessus.

$$\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{u_{AB}}{R.C} = \frac{E}{R.C}.e^{-\frac{t}{R.C}} + \frac{E}{R.C}\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{u_{AB}}{R.C} = \frac{E}{R.C}.\left(e^{-\frac{t}{R.C}} + \left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)\right)$$

$\dfrac{du_{AB}}{dt} + \dfrac{u_{AB}}{R.C} = \dfrac{E}{R.C}$ on retrouve bien l'équation (2)

donc $u_{AB}(t) = E.\left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$ est bien solution de cette équation différentielle.

1.3. Énergie électrique E_e emmagasinée par le condensateur

1.3.1. $\boldsymbol{E_e} = \frac{1}{2}.C.u_{AB}^2(t)$

1.3.2. $E_{e,max} = \frac{1}{2}.C.u_{AB,max}^2(t) = \frac{1}{2}.C.E^2$ car lorsque le condensateur est chargé $u_{AB} = E$

$\boldsymbol{E_{e,max}} = 0,5 \times 2,0 \times 10^{-6} \times 4,0^2 = \mathbf{1,6.10^{-5}\ J = 16\ \mu J}$

2. Étude énergétique du circuit RLC

2.1.1. énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine: $\boldsymbol{E_m} = \frac{1}{2}.L.i(t)^2$

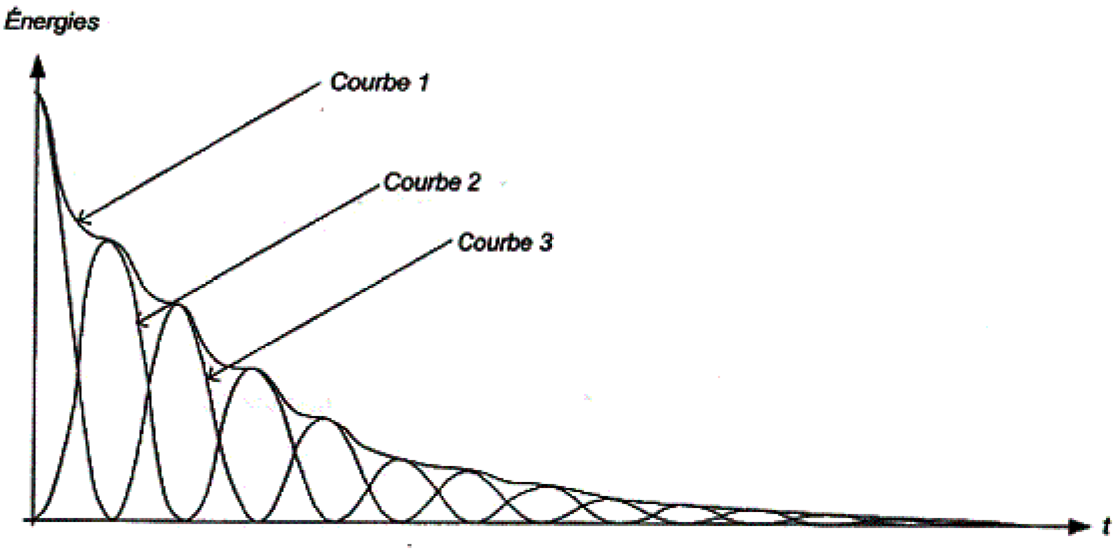
2.1.2. Loi d'Ohm: $u_{DB}(t) = -R.i(t) \Leftrightarrow i(t) = -\frac{u_{DB}(t)}{R}$

$$E_m = \frac{1}{2}.L.i(t)^2 = \frac{1}{2}.L.\frac{u_{DB}^2(t)}{R^2}$$

2.1.3. énergie totale E_T du circuit en fonction des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$:

$$E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2}.C.u_{AB}^2(t) + \frac{1}{2}.L.\frac{u_{DB}^2(t)}{R^2}$$

2.2



Initialement le condensateur est chargé et aucun courant ne circule donc :
$E_T(0) = E_e(0)$ et $E_m(0) = 0$ J
On en déduit alors que:

- la courbe 2 est associée à E_m
- la courbe 3 est associée à E_e
- la courbe 1 est associée à E_T

La décroissance de la courbe 1 est due à la perte d'énergie sous forme de chaleur, par effet Joule, dans la résistance R.

3. Entretien des oscillations

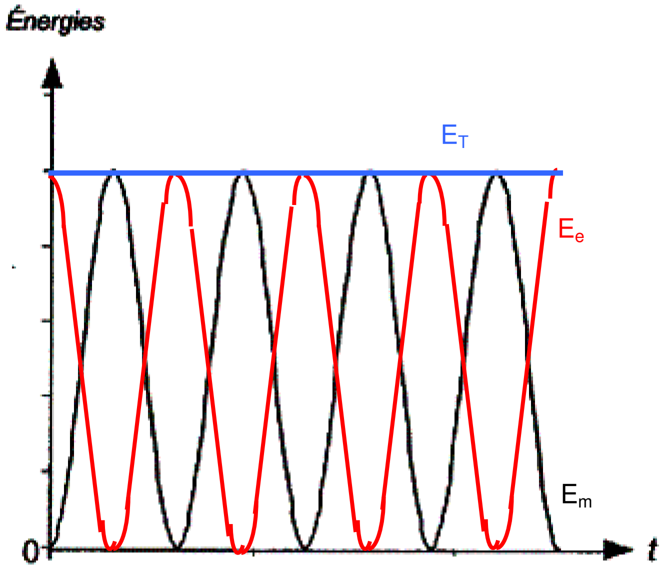
3.1. Lorsque les oscillations sont entretenues l'énergie totale **E_T est constante**: **$E_T = E_e + E_m = Cte$**

- Initialement le condensateur est chargé et aucun courant ne circule :

  $E_T(0) = E_e(0)$ et $E_m(0) = 0$ J

- Si E_e augmente alors E_m diminue et inversement.
- Si E_e est maximale alors E_m est nulle et inversement.

D'où les courbes :



3.2. Le régime est entretenu car les pertes énergétiques dans la résistance sont compensées par l'apport d'énergie du dispositif d'entretien des oscillations. Les oscillations ne sont plus amorties mais ont une amplitude constante au cours du temps.