الأولى ع.ر	مبادئ في المنطق	ميموني محمد

التمرين الأول: ليكن n عدد طبيعي.

1°) بين أن : n عدد زوجي $\Leftrightarrow$ n^2 عدد زوجي .

2°_أ) بين أن : $\sqrt{2} \notin Q$

ب) بين أن : $1+\sqrt{2} \notin Q$

3°) ليكن a و b عنصرين من Z . بين أن: $a+b\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow a=0$ و $b=0$

التمرين الثاني : بين بالترجع أن:

1°) $\forall n \in IN \quad 3^n \geq 2n+1$

2°) $\forall n \in IN-\{0,1,2,3\} \quad ; \quad 2^n \geq 4n$

التمرين الثالث: ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث :

$$\forall \varepsilon > 0 \quad ; \quad a-\varepsilon < b < a+\varepsilon$$

بين أن : $a=b$

التمرين الرابع: ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث :

$$(\forall x \in IR);(a < x \Rightarrow b < x)$$

بين أن: $b \leq a$

التمرين الخامس : بين أن :

$$\forall n \in IN^* \quad ; \quad \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k\times(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

التمرين السادس : بين بالترجع ثم بفصل الحالات أن: لكل n من IN , 3 يقسم n^3-n

التمرين السابع : نعتبر الأعداد الحقيقية u_n المعرفة كمايلي:

$u_0=0 \quad ; \quad u_1=1$ و $\forall n \in IN \quad ; \quad u_{n+2}=u_{n+1}+2u_n$

1°) بين أن : $\forall n \in IN \quad ; \quad u_n \in IN$

2°) بين أن : $\forall n \in IN \quad ; \quad u_n = \frac{1}{3}\left(2^n-(-1)^n\right)$

التمرين الثامن : لتكن a و b و c أعداد حقيقية بحيث أحدها موجب قطعا والآخر سالب قطعا والثالث منعدم وتحقق ما يلي:

$(b \neq 0 \Rightarrow c > 0)$ و $(a > 0 \Rightarrow b < 0)$ و $(a=0 \Rightarrow b > 0)$

حدد من بين هذه الأعداد الموجب والسالب والمنعدم.

التمرين التاسع: 1°) ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a+b \neq 0$. بين أن : $a \neq \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{a-b}{a+b} \neq -3$

2°) ليكن x عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 1- بين أن : $\left(x \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \neq 1+\frac{x}{2}\right)$.

3°) x و y عددين حقيقيين بحيث $x^2+y^2 \neq 0$. بين أن: $\left(2x+4y=1 \Rightarrow \frac{1}{x^2+y^2} \leq 20\right)$

التمرين العاشر: ليكن a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعا.

1°) بين أن : $\frac{a^2}{a+b} \geq \frac{3a-b}{4}$

2°) استنتج أن: $\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a} \geq \frac{a+b+c}{2}$