

التمرين الأول:

(1) بين بالترجع أن : $2^n \geq 1 + n\sqrt{2^{n-1}}$: $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

(2) بين باستعمال الإستدلال المضاد للعكس أن : n ليس مضاعفاً للعدد 3 $\Rightarrow n^2$ ليس مضاعفاً للعدد 3 : $(\forall n \in \mathbb{Z})$

التمرين الثاني:

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longrightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 4} + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 4} - 1}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ:

(1) بين أن f تطبيق .

(2) هل f تطبيق تبايني؟ هل f تطبيق شمولي؟

(3) بين أن $f(\mathbb{R}^+) =]1, 4]$

(4) نعتبر التطبيق g المعرفة بـ: $g: \mathbb{R}^+ \longrightarrow]1, 4]$
 $x \longrightarrow f(x)$
 بين أن g تقابل و حدد تقابله العكسي.

التمرين الثالث:

لتكن E مجموعة غير فارغة و \mathcal{A} و \mathcal{B} جزأين غير فارغين من E .

$$f: \mathcal{P}(E) \longrightarrow \mathcal{P}(E) \times \mathcal{P}(E)$$

$$X \longrightarrow (X \cup \mathcal{A}, X \cup \mathcal{B})$$

وليكن f التطبيق:

(1) أ- هل للمعادلة $X \cup \mathcal{A} = \emptyset$ حلا في $\mathcal{P}(E)$ ؟ علل جوابك

ب- هل التطبيق f شمولي؟ علل جوابك

(2) أ- حدد $f(\emptyset)$ و $f(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$ ب- بين التكافؤ التالي: $f(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = \emptyset \Leftrightarrow \mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset$

التمرين الرابع:

لتكن E و \mathcal{F} مجموعتين غير فارغتين؛ \mathcal{A} و \mathcal{B} عنصرين من $\mathcal{P}(E)$

و \mathcal{C} و \mathcal{D} عنصرين من $\mathcal{P}(\mathcal{F})$ و f تطبيقاً من E إلى \mathcal{F} .

(1) بين أن $\mathcal{A} \subset \mathcal{B} \Rightarrow f(\mathcal{A}) \subset f(\mathcal{B})$ (7) بين أن $\mathcal{C} \subset \mathcal{D} \Rightarrow f^{-1}(\mathcal{C}) \subset f^{-1}(\mathcal{D})$

(2) بين أن $f(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = f(\mathcal{A}) \cup f(\mathcal{B})$ (8) بين أن $f^{-1}(\mathcal{C} \cap \mathcal{D}) = f^{-1}(\mathcal{C}) \cap f^{-1}(\mathcal{D})$

(3) بين أن $f(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \subset f(\mathcal{A}) \cap f(\mathcal{B})$ (9) بين أن $f^{-1}(\mathcal{C} \cup \mathcal{D}) = f^{-1}(\mathcal{C}) \cup f^{-1}(\mathcal{D})$

(4) بين أن $f(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = f(\mathcal{A}) \cap f(\mathcal{B}) \Leftrightarrow f$ تبايني (10) بين أن $f(f^{-1}(\mathcal{D})) \subset \mathcal{D}$

(5) بين أن $\mathcal{A} \subset f^{-1}(f(\mathcal{A}))$ (11) بين أن $f(f^{-1}(\mathcal{D})) = \mathcal{D} \Leftrightarrow f$ شمولي

(6) بين أن $\mathcal{A} = f^{-1}(f(\mathcal{A})) \Leftrightarrow f$ تبايني (12) بين أن $f^{-1}(\overline{\mathcal{C}}) = \overline{f^{-1}(\mathcal{C})}$