

التمرين الأول: بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} ؛ $3 \cdot 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ يقبل القسمة على 17 .
التمرين الثاني: نعتبر التطبيق f المعرف من $]-2, +\infty[$ نحو \mathbb{R} :-
 $f:]-2, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$
 $\chi \longrightarrow \frac{\chi+1}{\sqrt{\chi+2}}$

(1) حل في $]-2, +\infty[$ المعادلة: $f(\chi) = -\sqrt{5}$

(2) ليكن $a \in \mathbb{R}^*$ نضع $u(a) = \frac{a^2 - 2 + a\sqrt{4+a^2}}{2}$ و $v(a) = \frac{a^2 - 2 - a\sqrt{4+a^2}}{2}$

بين أن : $\forall a \in \mathbb{R}^* ; a(u(a)+1) > 0$ و $a(v(a)+1) < 0$

(3) بين أن f تقابل وحدد f^{-1} .

التمرين الثالث: نعتبر العبارة $1 < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$ حيث $n \geq 2$

(1) بين أن $p_n \Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^n > 1 + \frac{1}{n}$

(2) قارن $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$ و $\left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^n$ لكل $n \geq 2$

(3) بين بالترجع أن لكل $n \geq 2$ $(1 + \chi)^n \geq 1 + n\chi$; $\chi \in \mathbb{R}^+$

(4) استنتج أنه لكل n من \mathbb{N} حيث $n \geq 2$ لدينا p_n .

التمرين الرابع: ليكن \mathcal{A} و \mathcal{B} جزأين من المجموعة E حيث $E \neq \emptyset$

$g: \mathcal{P}(E) \longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{A}) \times \mathcal{P}(\mathcal{B})$

نعتبر التطبيق g المعرف :-
 $X \longrightarrow (X \cap \mathcal{A}, X \cap \mathcal{B})$

(1) بين أن : $\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = E \Leftrightarrow g$ -أ تبائي . $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Leftrightarrow g$ -ب شمولي .

(2) استنتج أن : g تقابل إذا وفقط إذا كان $\mathcal{A} = C_E^{\mathcal{B}}$ ثم حدد التقابل العكسي g^{-1} .

$f: \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathcal{B}$

$\chi \longrightarrow \frac{\chi^2 - 2\chi}{(\chi - 1)^2}$

التمرين الخامس: ليكن f التطبيق المعرف من $\mathbb{R} - \{1\}$ نحو \mathcal{B} (جزء من \mathbb{R}) :-

(1) حدد المجموعة \mathcal{B} التي يكون من أجلها التطبيق f شمولي .

(2) -أ بين أن لكل χ من $\mathbb{R} - \{1\}$ ؛ $2 - \chi \in \mathbb{R} - \{1\}$ و $f(2 - \chi) = f(\chi)$

-ب هل التطبيق f تبائي ؟

(3) ليكن $I = [-1, 2]$ حدد $f^{-1}(I)$.