

التمرين الأول:

لتكن X و Y و Z أجزاء من المجموعة E . نرمز بالرمز \bar{A} لمتمة الجزء A في المجموعة E .

$$(1) \text{ بين أن } X \cap \bar{Y} = X \cap \bar{Z} \Leftrightarrow X \cap Y = X \cap Z$$

$$(2) \text{ بين أن } X = \emptyset \Leftrightarrow (X \cap \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cap Y) = Y$$

التمرين الثاني:

ليكن A جزء من E .

(1) ليكن X و Y عنصرين من $\mathcal{P}(E)$ بحيث $X \cap A = Y \cup A$ بين أن $Y \subset A$ و $A \subset X$

(2) لتكن B جزء من المجموعة A .

حل في $\mathcal{P}(E)$ المعادلة $X \cap A = X \cup B$

التمرين الثالث:

نعتبر التطبيق f المعرف من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - |x|$

(1) حدد $f^{-1}([0, 1])$.

(2) ليكن g قصور الدالة f على \mathbb{R}^+

أ- بين أن $g(\mathbb{R}^+) = f(\mathbb{R})$.

ب- استنتج أن g تقابل من \mathbb{R}^+ نحو مجال يجب تحديده.

التمرين الرابع:

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً بحيث $a + b = 4$

أ- بين أن $ab \leq 4$.

ب- بين أن لكل x و y من \mathbb{R} لدينا: $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}(x + y)^2$

ج- استنتج أن: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{4}$

التمرين الخامس:

(1) بين أنه لكل عدد حقيقي x لدينا: $-1 < \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} < 1$

(2) نعتبر التطبيق: $f: \mathbb{R} \longrightarrow]-1, 1[$
 $x \longmapsto \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
 بين أن $[f(x)]^2 = 1 - \frac{1}{1+x^2}$

(3) بين أن: $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) \quad x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$

(4) بين أن f تقابل وعرف f^{-1} .