سلسلة حول المنطق

الأولى باكالوريا علوم رياضية

Prof : BEN ELKHATIR

- **تمرين01:**

1)- حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات التالية :

p : " $\sqrt{5}+\sqrt{6}\geq\sqrt{22}$ " و q : " $\forall x\in\mathbb{R}:x^2\succ 0$ " و r : " $\exists x\in\mathbb{R}/|x|\leq 0$ "

s : " $\forall n\in\mathbb{N}\ \ \exists m\in\mathbb{N}\ /\ n\prec m$ " و t : " $\exists n\in\mathbb{N}/\ \forall m\in\mathbb{N}:n\leq m$ "

2)- أكتب نفي كل عبارة من العبارتين :

p : " $\forall x\in\mathbb{R}\ \ \exists y\in\mathbb{R}\ /\ xy=1$ " و q : " $\forall a\in\mathbb{R}:ax=ay\Rightarrow x=y$ "

ثم إستنتج قيمة حقيقة كل واحدة منهما .

- **تمرين02:**

1)- بين بالترجع أن : $\forall n\in\mathbb{N}:3^n+5^{n+1}\in 2\mathbb{N}$ و $\forall n\in\mathbb{N}:7^{n+1}+3^n\in 4\mathbb{N}$

و $\forall n\in\mathbb{N}^*:\dfrac{1+2\times 3^n+5^{n+1}}{8}\in\mathbb{N}$.

2)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع :

$S_n=1-3+5-7+...+(-1)^n(2n+1)$ و $T_n=2-4+6-8+...+(-1)^{n-1}2n$

بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا : $S_n=(-1)^n(n+1)$ و $T_n=\dfrac{1-(-1)^n(2n+1)}{2}$.

3)- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

4)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع : $S_n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k(n-k)^2$.

أحسب S_1 و S_2 و S_3 ، ثم بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*:S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

5)- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$ بحيث $n\geq 24$ يوجد زوج (a,b) من $\mathbb{N}^2$ يحقق :

$n=5a+7b$.

6)- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ يوجد زوج (p_n,q_n) من $\mathbb{N}^{*2}$ بحيث :

$\left(2+\sqrt{3}\right)^n=p_n+q_n\sqrt{3}$ و $3q_n^2=p_n^2-1$ ، ثم إستنتج أن $E\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^n\right]$

عدد فردي لكل n من $\mathbb{N}^*$.

- **تمرين03:**

1)- حدد $\rceil(p\Leftrightarrow q)$ ، حيث p و q عبارتين .

2)- لتكن $\mathrm{P}(x)$ و $Q(x)$ دالتين عباريتين معرفتين على مجموعة غير فارغة E .

أكتب نفي كل عبارة من العبارتين :

$\forall x\in\mathrm{E}:\mathrm{P}(x)\Leftrightarrow Q(x)$ و $\exists x\in\mathrm{E}/\mathrm{P}(x)\Leftrightarrow Q(x)$.

- **تمرين04:**

لتكن p و q و r ثلاث عبارات .

1)- أكتب العبارة $p\Rightarrow(q\Rightarrow\rceil r)$ باستعمال :

أ- النفي ($\rceil$) و الفصل (أو) فقط .

ب- النفي ($\rceil$) و العطف (و) فقط .

2)- متى تكون العبارة $p\Rightarrow(q\Rightarrow\rceil r)$ صحيحة ؟

- **تمرين05:**

لتكن p و q و r ثلاث عبارات ، بين أن :

$p\Rightarrow(r$ أو $q)\Leftrightarrow(\rceil q$ و $p)\Rightarrow r$ و $p\Rightarrow(q\Rightarrow r)\Leftrightarrow(q$ و $p)\Rightarrow r$

- **تمرين06:**

ليكن a و b عددين حقيقيين . أثبت أن :

$(\forall n\in\mathbb{N}^*:a\leq b+\dfrac{1}{n})\Rightarrow a\leq b$ و $\forall n\in\mathbb{N}^*:|a|\leq\dfrac{1}{n})\Rightarrow a=0$.

- **تمرين07:**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{1+x+x^2}$.

بين أن : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2:(f(x)\neq f(y))\Leftrightarrow(xy\neq 1$ و $x\neq y)$.

- **تمرين08:**

1)- أكتب نفي العبارة p : " $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2:f(x)=f(y)\Rightarrow x=y$ "

حيث f دالة عددية معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$.

2)- نأخذ $f(x)=x^2-3x+2$.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم إستنتج قيمة حقيقة العبارة p معللا جوابك .