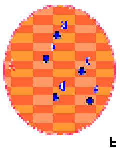
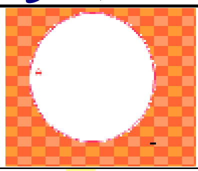
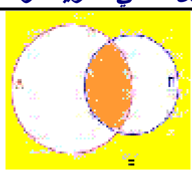
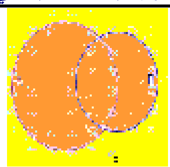
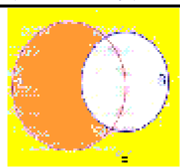
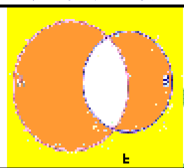
Ensembles et Applications
المجموعات و التطبيقات

I. Opérations sur les ensembles : عمليات حول المجموعات : .I

نعتبر المجموعتين A و B كجزءان من مجموعة مرجعية E ؛يعطي الجدول التالي تعاريف وتمثيل مختلف العمليات على المجموعات :

					
$Card(E)=5$	$\overline{A}$	$A\cap B$	$A\cup B$	$A-B$	$A\,\Delta\,B$
$Card(E)=nombre\,d'éléments\,de\;E$		$A\cap B=\{x\in E\,/\,x\in A\;\;et\;\;x\in B\}$		$A-B=\{x\in E\,/\,x\in A\;\;et\;\;x\notin B\}$ $A-B=A\cap\overline{B}$	
$\overline{A}=\{x\in E\,/\,x\notin A\}$		$A\cup B=\{x\in E\,/\,x\in A\;\;ou\;\;x\in B\}$		$A\,\Delta\,B=(A\cup B)-(A\cap B)$ $A\,\Delta\,B=(A-B)\cup(B-A)$	

II. Propriétés : خاصيات : .II

نعتبر المجموعتين A و B كجزءان من مجموعة مرجعية E ،يلخص الجدول التالي أهم خاصيات العمليات حول المجموعات :

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ $\quad(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ $\quad(A\,\Delta\,B)\,\Delta\,C=A\,\Delta\,(B\,\Delta\,C)$

$(A\cap B)=(B\cap A)$ $\quad(A\cup B)=(B\cup A)$ $\quad(A\,\Delta\,B)=(B\,\Delta\,A)$

$(A\cap\phi)=\phi$ $\quad(A\cap E)=A$ $\quad(A\cup\phi)=A$ $\quad(A\cup E)=E$ $\quad(A\,\Delta\,\phi)=A$ $\quad(A\,\Delta\,E)=\overline{A}$

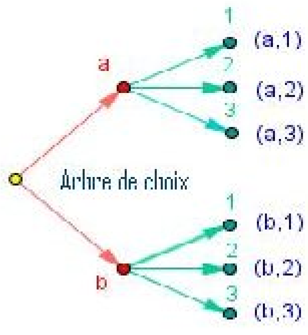
$(A\cap A)=A$ $\quad(A\cap\overline{A})=\phi$ $\quad(A\cup A)=A$ $\quad(A\cup\overline{A})=E$ $\quad(A\,\Delta\,A)=\phi$ $\quad(A\,\Delta\,\overline{A})=E$

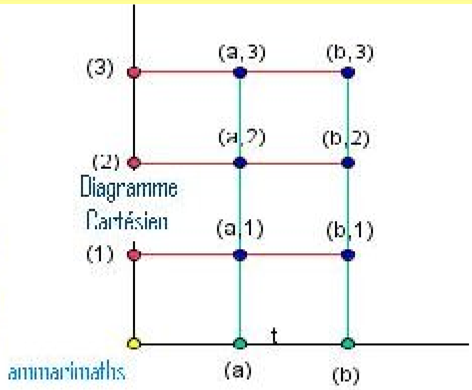
$Card(\overline{A})=$ Card(E) - Card(A) $\quad Card(A\cup B)=$ Card(A) + Card(A) - Card(A $\cap$ B)

III. Le produit cartésien : الجداء الديكارتي : .III

الجداء الديكارتي للمجموعتين E و F ، هي المجموعة التي تتضمن جميع الأزواج $(x\,,\,y)$ ، بحيث x عنصر من E و y عنصر من F . ونرمز له ب ExF . الجداءان الديكارتيان ExF و FxE يكونان مختلفان بصفة عامة إلا في الحالة $E=F$.

مثال: $E=\{a,b\}\;\;;\;F=\{1,2,3\}\;\;;\;E\times F=\{(a,1);(a,2);(a,3);(b,1);(b,2);(b,3)\}$





يمكننا بنفس الطريقة تعريف الجداء الديكارتي لثلاث مجموعات أو أكثر...

$$Card(A\times B)=\text{Card(A) . Card(A)}$$

$$Card(A\times B\times C)=\text{Card(A) . Card(B).Card(C)}$$

مثال: $E=\{a,b\}\;\;;\;F=\{1,2,3\}\;\;;\;E\times F=\{(a,1);(a,2);(a,3);(b,1);(b,2);(b,3)\}$

Ensembles et Applications
المجموعات و التطبيقات

IV. Parties d'un ensemble : أجزاء مجموعة : IV.

لتكن E مجموعة، نرمز ب $P(E)$ للمجموعة التي تتضمن جميع أجزاء المجموعة E .

مثال: $E=\{1,2,3\}$ $\quad P(E)=\{\Phi,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$

$Card(P(E))=2^{\mathrm{Card(A)}}$

V. Fonctions et Applications : الدوال و التطبيقات : V.

نقول أن f دالة من المجموعة E نحو المجموعة F ، إذا وفقط إذا كان لكل عنصر من E صورة على الأكثر في F . في الحالة التي تكون فيها مجموعة تعريف الدالة مساوية ل E ، نقول أن f تطبيق من E نحو F . وهكذا نستنتج التعريف البسيط التالي:

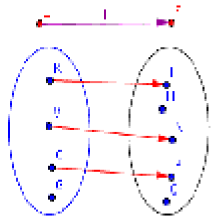
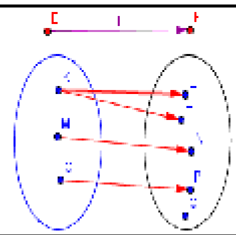
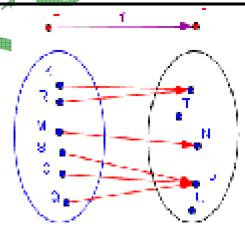
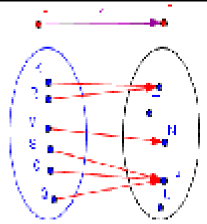
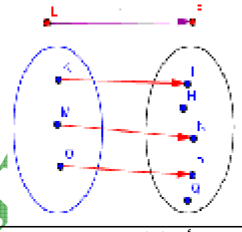
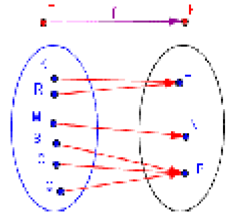
يكون f تطبيقا من E نحو F إذا وفقط إذا كان لكل عنصر من E صورة وحيدة في F .

يكون التطبيق شموليا، إذا وفقط إذا كان لكل عنصر من F سابق واحد على الأقل بهذا التطبيق.

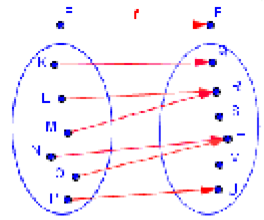
يكون التطبيق تباينيا، إذا وفقط إذا كان لكل عنصر من F سابق واحد على الأكثر بهذا التطبيق.

يكون التطبيق تقابليا ، إذا وفقط إذا كان لكل عنصر من F سابق وحيد بهذا التطبيق.

تجسد الأمثلة التالية عددا من الحالات لمزيد من التوضيح:

		
f ليس تطبيقا من E نحو F لأن أحد عناصر E ليست له أية صورة في F ، وهو العنصر G $D_f=\{O,M,K\}\neq E$	f ليس تطبيقا من E نحو F لأن أحد عناصر E له أكثر من صورة في F ، وهو مثلا العنصر K .	f تطبيق من E نحو F لأن كل عنصر من E له صورة وحيدة في F .
		
f تطبيق من E نحو F. لكن f ليس شموليا لأن T ليس له أي سابق . و f ليس تباينيا لأن العنصر L له أكثر من سابق . وبالتالي فهو ليس تقابل	التطبيق f تبايني ، لأن لكل عنصر من F سابق واحد على الأكثر بهذا التطبيق. التطبيق f تبايني يعني أن : $(\forall x\in E)(\forall x'\in E)\ ;\ f(x)=f(x') \Rightarrow x=x'$	التطبيق f شمولي ، لأن لكل عنصر من F سابق واحد على الأقل بهذا التطبيق. التطبيق f شمولي يعني أن : $(\forall y\in F)(\exists x\in E)\ ;\ y=f(x)$

VI. Parties d'un ensemble : أجزاء مجموعة : VI.

	نعتبر $A=\{L,M,O\}$ و نجد $f(A)=\{R,T\}$ نعتبر $B=\{R,S,V,U\}$ و نجد $f^{-1}(B)=\{L,M,P\}$	ليكن التطبيق f من E نحو F . نعتبر جزء A من E و جزء B من F . الصورة المباشرة ل A بالتطبيق f هو الجزء من F الذي نرمز له ب $f(E)$ ويعرف كالتالي: $f(A)=\{y\in F\,/\,\exists\, x\in E\ ;\ y=f(x)\}$ الصورة العكسية ل B بالتطبيق f هو الجزء من E الذي نرمز له ب $f^{-1}(B)$ ويعرف كالتالي: $f^{-1}(B)=\{x\in E\,/\,f(x)\in B\}$ في المثال التالي نجد على سبيل المثال: