

تمارين المجموعات أولى باكلوريا علوم رياضية

سلسلة 1

تمرين 1 :

أكتب المجموعتين التاليتين بتفصيل :

$$A = \{ \text{الأعداد الصحيحة الطبيعية المحصورة بين } \sqrt{2} \text{ و } 2\pi \}$$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} / \exists (n, p) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, x = \frac{n}{p}, 1 \leq p \leq 2n \leq 7 \}$$

تمرين 2 :

لتكن A و B من $\mathcal{P}(E)$ بين ما يلي :

$$A \setminus B = A \cap \overline{B} \quad /2 \quad \overline{\overline{A}} = A \quad /1$$

$$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \quad /3$$

$$A \cap B = A \cup B \Leftrightarrow A = B \quad (i) /4$$

$$A \subset B \subset C \Leftrightarrow A \cap B = B \cup C \quad (ii)$$

$$B \cup (A \setminus B) = A \cup B \quad /6 \quad A \setminus (A \setminus B) = A \cap B \quad /5$$

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C) \quad (i) /7$$

$$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D) \quad (ii)$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad \text{و} \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad /8$$

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset \Leftrightarrow A = B \quad /9$$

تمرين 3 :

لتكن A و B جزئين من مجموعة E

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$A \Delta B = (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A}) \quad /1 \quad \text{بين أن :}$$

$$A \Delta E, A \Delta \overline{A}, A \Delta \emptyset, A \Delta A \quad /2 \quad \text{أحسب :}$$

$$(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C) \quad /3 \quad \text{بين أن :}$$

$$(A \Delta B) \cup C = (A \cup C) \Delta (B \cup C) \quad /4 \quad \text{بين أن :}$$

$$\overline{A \Delta B} = \overline{A} \Delta \overline{B} = A \Delta \overline{B} \quad /2 \quad \text{بين أن :}$$

$$A = B = \emptyset \Leftrightarrow A \Delta B = A \cap B \quad /3 \quad \text{بين أن :}$$

تمرين 4 :

لتكن A و B و C ثلاث مجموعات .

إذا كان لدينا $C \subset A \cup B$ فهل يمكن أن نستنتج أن :

$$C \subset B \quad \text{أو} \quad C \subset A$$

تمرين 5 :

حدد $\mathcal{P}(E)$ مجموعة أجزاء المجموعة : $E = \{a, b, c\}$

تمرين 6 :

ليكن A جزء من E و B جزء من F

$$C_E^A \times C_F^B \subset C_{E \times F}^{A \times B} \quad /1 \quad \text{بين أن :}$$

$$C_{E \times F}^{A \times B} = (E \times C_F^B) \cup C_E^A \times F \quad /2 \quad \text{بين أن :}$$

تمرين 7 :

ليكن $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1\}$

بين أنه لا يمكن كتابة D كجاء ديكراتي لمجموعتين من \mathbb{R}

تمرين 8 :

لتكن في $\mathcal{P}(E)$ النظمة :

$$(S) \quad \begin{cases} A \cap X = \emptyset \\ B \cap \overline{X} = \emptyset \end{cases}$$

/1 بين أن النظمة (S) لا تقبل حلا إلا إذا كان : $B \subset \overline{A}$

/2 بين أن حلول (S) هي الأجزاء X حيث : $B \subset X \subset \overline{A}$

تمرين 9 :

لتكن A, B و X أجزاء من مجموعة E

/1 بين أن : $X = (A \cap X) \cup A \cap \overline{X}$

/2 بين أنه إذا كان : $X \subset \overline{B}$ فإن : $A \cap X = A - B$

/3 استنتج حلول النظمة :

$$\text{حيث } X \text{ هو المجهول} \quad \begin{cases} A - X = B \\ X - A = C \end{cases}$$

تمرين 10 :

ليكن A و B جزئين من E . بين ما يلي :

$$A \subset B \iff \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B) \quad /1$$

$$\mathcal{P}(A \cap B) \subset \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \quad /2$$

$$\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B) \quad /3$$