

تمارين المنطق  
أولى باكlorيا علوم

## سلسلة 2

## تمرين 4 :

- 1/ بين أن :  
عبارة خاطئة .  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \quad x + \frac{1}{x} \geq 2$
- 2/ لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية ، بين أن :  
عبارة خاطئة .  $\begin{cases} a \neq b \\ c \neq d \end{cases} \implies a + c \neq b + d$

## تمرين 5 : الإستدلال بإستعمال الإستلزمات المتتالية

- 1/ ليكن  $x$  من  $\mathbb{R}$  ، بين أن  
 $2 < x < 4 \implies \frac{1}{3} < \frac{1}{x-1} < 1$
- 2/ بين أن :  
 $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \quad \frac{1}{1+\sqrt{x}} = 1 - \sqrt{x} \implies x = 0$
- 3/ بين أن :  
 $a^2 + b^2 = 0 \implies a = 0 \text{ و } b = 0$
- 4/ ليكن  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{R}^+$  ، بين أن :  
 $(x + y + 2 = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y}) \implies x = y = 1$

## تمرين 6 : الإستدلال الإستنتاجي

- 1/ ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث :  $a^2 + b^2 = 1$   
بين أن :  $|a + b| \leq \sqrt{2}$
- 2/ ليكن  $a$  و  $x$  من  $\mathbb{R}$  بحيث :  $|a| < 1$  و  $|x| < 1$   
(a) بين أن :  
 $|ax^2 + x - a| \leq |a| |x^2 - 1| + |x|$
- (b) إستنتج ان :  
ثم إستنتج أن  
 $|ax^2 + x - a| < \frac{5}{4}$

## تمرين 1 : الإستدلال بفصل الحالات

- 1/ حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  
 $x^2 - |x - 2| + 5 = 0$
- 2/ حل النظمة :  
 $\begin{cases} 2|x - 1| - y = 4 \\ |x| + 2y = 6 \end{cases}$
- 3/ بين أن  $n(n+1)(n+2)$  مضاعف للعدد 3 مهما  
يكن  $n$  من  $\mathbb{N}$
- 4/ بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad \sqrt{x^2 + 1} + x > 0$

## تمرين 2 : الإستدلال بالإستلزام المضاد للعكس

- 1/ بين أن  
 $\forall n \in \mathbb{N} \quad (n \text{ فردي}) \implies (n^2 \text{ فردي})$
- 2/ ليكن  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{R}$  ؛ بين أن :  
 $x \neq y \implies (x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1)$

## تمرين 3 : الإستدلال بالتكافؤ

- 1/ ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية .  
(a) بين أن :  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$
- (b) بين أن :  
 $a^3 + a = b^3 + b \iff a = b$
- 2/ ليكن  $x$  من  $\mathbb{R}^+$   
(a) بين أن :  $\frac{\sqrt{x}}{x^2 - x + 1} \leq \frac{4}{3}\sqrt{x}$
- (b) بين أن :  $\sqrt{2x+2} - \sqrt{x} = 1 \iff x = 1$
- 3/ ليكن  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان من المجال  $]-1, 1[$  .  
بين أن :  $-1 < \frac{a+b}{1+ab} < 1$
- 4/ ليكن  $x$  من  $\mathbb{R}$  ، بين أن :  
 $|x-1| < \frac{1}{2} \iff \frac{2}{3} < \frac{1}{x+1} < \frac{2}{3}$