

تمارين درس المجموعات

التمرين رقم 1 :

(1) أكتب بتفصيل المجموعات التالية:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / (x+y)(x+2y) = 1\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Q} / (x^2 - 3)(|x| - 1) = 0\}$$

(2) أكتب بإدراك المجموعات التالية:

$$A = \left\{ \dots, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9, \dots \right\} \quad B = \left\{ 1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{-1}{8}, \frac{1}{16}, \dots \right\}$$

$$C = \{\dots, -8, -3, 2, 7, 12, \dots\}$$

التمرين رقم 2 :

نضع $B = \{3, 4, 5, 6\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4\}$

(1) حدد بتفصيل المجموعتين:

$$F = (A \cup B) \setminus (A \cap B) \quad \text{و} \quad E = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

(2) قارن بين المجموعتين E و F ثم حدد بتفصيل

$$G = E \cup (A \cap B) \quad \text{المجموعة}$$

(3) حدد بتفصيل المجموعة X التي تحقق:

$$(A \setminus X) \cup (X \setminus A) = B$$

التمرين رقم 3 :

$$(1) \text{ حدد المجموعة: } [-3\pi, 2\pi] \cap \left\{ \frac{-\pi}{2} - \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(2) نعتبر المجموعتين:

$$B = \left\{ \frac{-\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{و} \quad A = \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

بين أن: $A \subset B$

(3) نعتبر المجموعتين:

$$D = \left\{ \frac{-\pi}{3} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{و} \quad C = \left\{ \frac{-\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

بين أن: $C \cap D = \emptyset$

التمرين رقم 4 :

ليكن α عددا حقيقيا موجبا قطعيا.

$$E = \{x \in \mathbb{R} / |x+1| < \alpha\} \quad \text{نعتبر المجموعتين:}$$

$$F = \left\{ x \in \mathbb{R} / |x-1| < \frac{3}{2} \right\} \quad \text{و}$$

(1) بين أن: $E \neq \emptyset$

(2) حدد قيم α إذا وجدت والتي من أجلها يكون $E = F$

(3) حدد قيم α إذا وجدت، بحيث تكون $E \cap F = \emptyset$.

التمرين رقم 5 :

ليكن A و B جزئين من المجموعة E حيث $A \subset B$

(1) حل في $P(E)$ المعادلة: $X \cap B = X \cup A$

(2) حل في $P(E)$ المعادلة: $X \setminus A = A \setminus X$

التمرين رقم 6 :

A و B و C أجزاء من مجموعة E . بين المتساويات التالية:

$$(1) B \setminus A = (B \cup A) \setminus A$$

$$(2) (A \setminus C) \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$$

$$(3) (A \setminus C) \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$$

$$(4) (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$$

التمرين رقم 7 :

لتكن E مجموعة. نضع لكل عنصرين A و B من $P(E)$

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

(1) بين أن: $A \Delta B = B \Delta A$

(2) بين أن: $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

(3) بين أن: $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

التمرين رقم 8 :

لتكن A و B و C ثلاثة أجزاء من مجموعة E .

(1) بين أن: $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B \cap \bar{A} = C \cap \bar{A}$

(2) بين أن: $A \cap B = A \cap C \Leftrightarrow A \cap \bar{B} = A \cap \bar{C}$

(3) بين أن: $A \cap C \neq \emptyset$ و $B \cap C = \emptyset \Rightarrow A \cap \bar{B} \neq \emptyset$

التمرين رقم 9 :

(1) ليكن A و B و C أجزاء من مجموعة E:

(a) بين أن: $C \cup A \subset C \cup B$ و $C \cap A \subset C \cap B \Rightarrow A \subset B$

(b) بين أن: $(A \cap B = A \cap C \text{ و } A \cup B = A \cup C) \Rightarrow B = C$

(2) ليكن A و B و C و D أجزاء من مجموعة E:

$$\left. \begin{array}{l} (B \setminus D) \subset A \\ (D \setminus C) \subset A \end{array} \right\} \Rightarrow (B \setminus C) \subset A \quad \text{بين أن:}$$

التمرين رقم 10 :

A و B و C ثلاثة أجزاء من مجموعة غير فارغة E.

(1) بين أن: $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

(2) بين أن: $C_{E \times E}^{A \times B} = (C_E^A \times E) \cup (E \times C_E^B)$

(3) بين أن: $A \times B \subset A \times C \Leftrightarrow B \subset C$

التمرين رقم 11 :

(1) لتكن A و B و C ثلاث مجموعات من $P(E)$

بحيث: $B \subset A \subset C$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \cap X = B \\ A \cup X = C \end{array} \right. \quad \text{حل في } P(E) \text{ النظمة:}$$

(2) لتكن A و B و C ثلاث مجموعات من $P(E)$

بحيث: $B \subset A$ و $A \cap C = \emptyset$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \setminus X = B \\ X \setminus A = C \end{array} \right. \quad \text{حل في } P(E) \text{ النظمة:}$$