Logique mathématique
المنطق الرياضي

I. العبارة أو الجملة الرياضية

عموما، يمكن القول أن المنطق هو وسيلة تراقب التفكير لحماية من الأخطاء.
المنطق هو لغة العقل، لكننا نعبر عنه فيما بيننا بواسطة لغة من اللغات، أما عناصره الأساسية فهي الجمل اللغوية.
الجملة المقبولة في مجال المنطق هي ما نسميه الجملة الرياضية أو العبارة ويجب أن تتحقق فيها الشروط التالية:

- السلامة اللغوية والنحوية.
- لها معنى مفهوم لا يقبل إلا تأويلا واحدا.
- يمكننا أن نقرر صوابها أو خطأها

لتبسيط التعامل مع العبارات المنطقية نرمز لها بحروف لاتينية مثل : P , Q , R ...
الدور الحقيقي للمنطق الرياضي هو مساعدة العقل على الحكم على صحة أو خطئ تصريح ما...والتصريح إما أن يكون مكونا من جملة بسيطة أو من جملة مركبة من عدة جمل بسيطة مرتبطة فيما بينه بواسطة الروابط المنطقية مثل "و" ، "أو" الخ...

II. الروابط المنطقية

يمكن أن نبحث عن نفي عبارة P كما نفعل في جميع اللغات ، كما يمكن أن نربط عبارتين أو أكثر بروابط منطقية متعددة للحصول على نص منطقي الذي هو في نفس الآن نص لغوي متميز بوضوحه وبساطة تعبيره. الروابط المنطقية الأساسية هي ثلاثة:

- ✓ نفي عبارة P ونرمز له بأحد الرموز التالية: $\overline{P}$; $nonP$; $\neg P$
- ✓ P و Q
- ✓ P أو Q

هناك روابط منطقية أخرى ذات أهمية وهي :

- ✓ الاستلزام المنطقي $P \Rightarrow Q$ (implication logique)
- ✓ التكافؤ المنطقي $P \Leftrightarrow Q$ (équivalence logique)

يعرف هذين الرابطين بواسطة الروابط الأساسية كما يلي:

$P \Rightarrow Q$ ي يعني (non P) ou Q

$P \Leftrightarrow Q$ يعني $\begin{cases} (P \Rightarrow Q) \\ (P \Leftarrow Q) \end{cases}$

يحدد الجدول التالي، ونطلق عليه "جدول الحقيقة"، يحدد هذا الجدول قيم الحقيقة للعبارات المركبة السابقة:

P	Q	$Non\ P$	$P\ et\ Q$	$P\ ou\ Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

يمكن استعمال جداول الحقيقة في بعض البراهين لكن الجانب التقني الذي تتميز به يجعلها غير قادرة على معالجة البراهين المركبة، لكننا نهدف من وراء تقديم الجداول الى استنباط خصائص الروابط المنطقية لنتمكن من بناء براهين في المستوى المطلوب.

III. خصائص الروابط المنطقية

$non(nonP) \Leftrightarrow P$		الرابطان "و" و "أو" تبادليان وتجميعيان
$(P\ et\ P) \Leftrightarrow P$ $\quad (P\ et\ V) \Leftrightarrow P$ $\quad (P\ et\ F) \Leftrightarrow F$ $\quad (P\ et\ \overline{P}) \Leftrightarrow F$ $(P\ ou\ P) \Leftrightarrow P$ $\quad (P\ ou\ V) \Leftrightarrow V$ $\quad (P\ ou\ F) \Leftrightarrow P$ $\quad (P\ ou\ \overline{P}) \Leftrightarrow V$		
$\overline{(P\ ou\ Q)} \Leftrightarrow (\overline{P}\ et\ \overline{Q})$	قوانين موركان	$\overline{(P\ et\ Q)} \Leftrightarrow (\overline{P}\ ou\ \overline{Q})$
الاستلزام المضاد بالعكس		$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\overline{Q} \Rightarrow \overline{P})$

Logique mathématique
المنطق الرياضي

IV. الدوال العبارية

ليكن x عنصرا من مجموعة E ، العبارة $P(x)$ هي عبارة تتوقف قيمة حقيقتها على قيمة العنصر x ، وهكذا تسمى $P(x)$ دالة عبارية معرفة على E ذات المتغير x .

على سبيل المثال نعتبر الدالة العبارية التالية:

$P(x) \Leftrightarrow$ " x مدينة تنتمي إلى القارة الإفريقية"

قيمة الحقيقة لهذه العبارة تتغير حسب قيمة x ، مثلا:

P(Rabat) $\Leftrightarrow$ « Rabat est une ville Africaine »

عبارة صحيحة

P(Paris) $\Leftrightarrow$ « Paris est une ville Africaine »

عبارة خاطئة

V. المكممات

نعتبر الدالة العبارية $P(x)$ على المجموعة E .

العبارات التالية : $(\forall x \in E)\ ;\ P(x)$ هي عبارة مكممة وتعني " مهما يكن x من E فإن $P(x)$ صحيحة" : ويسمى المكمم المستعمل بالمكمم الكوني ونرمز له $\forall$.

العبارات التالية : $(\exists x \in E)\ ;\ P(x)$ هي عبارة مكممة وتعني "يوجد على الأقل عنصر x من E بحيث تكون $P(x)$ صحيحة" : ويسمى المكمم المستعمل بالمكمم الوجودي ونرمز له $\exists$.

ويمكن للعبارة المكممة أن تقبل عدة مكممات متشابهة أو مختلفة ،أما نفي العبارات المكممة فهو كالتالي:

$$non\big((\exists x \in E)\ ;\ P(x)\big) \Leftrightarrow (\forall x \in E)\ ;\ \overline{P(x)}$$

$$non\big((\forall x \in E)\ ;\ P(x)\big) \Leftrightarrow (\exists x \in E)\ ;\ \overline{P(x)}$$