

تمرين رقم 4

- 1) ليكن a و b من \mathbb{R}^+ و بحيث $a+b=0$ بين بالخلف أن $a=0$ و $b=0$
- 2) تطبيق: حل في المعادلتين
 $\sqrt{2x-1} + \sqrt{y+2} = 0$
 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ بـ

- 2) ليكن a و b و c أعداد حقيقية موجبة و بحيث $\geq c$
 ab
 بين أن $a < \sqrt{c}$ أو $b < \sqrt{c}$ (بالخلف)

- 3) ليكن x و y و z أعداد حقيقية بين أن $x^2 + xy + y^2 \geq 0$ (برهان بفصل الحالات)

- 4) بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq |x|$. بفصل الحالات
- 5) ليكن x و y عددين حقيقيين و c موجب قطعاً و بحيث
 $|x+y| \leq 2c$ و $|x-y| \leq 2c$ بين أن $|xy| \leq 2c^2$

تمرين رقم 5 www.manti.ift.fr

بين بالترجع ما يلي:

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (1)$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) (1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) 3^n \geq 1 + 2n \quad (3)$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) (1+a)^n \geq 1+na \quad (4) \text{ حيث } a \text{ موجب قطعاً}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad (5)$$

$$a \neq 1 \text{ و } (\forall n \in \mathbb{N}^*) 1+a+a^2+\dots+a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) 2^{n+1} \geq n(n+1) \quad (7)$$

$$3^{2n+1} + 2^2 \text{ يقبل القسمة على } 7 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad (8)$$

$$3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \text{ يقبل القسمة على } 17 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad (9)$$

$$9 \text{ يقسم } 4^n + 6n - 1 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad (10)$$

في المانتى

تمرين رقم 1 www.manti.on.ma

أعط نفي كل من العبارات التالية:

$$(1) (\forall x \in \mathbb{R}) : 2x \geq \frac{1}{2}x$$

$$(2) (\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 \leq 2x$$

$$(3) (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x - 2y + 3 = 0$$

$$(4) (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x - 2y + 3 = 0$$

$$(5) (\exists x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x^2 - y^2 - 4 \geq 0$$

$$(6) (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 - 3xy + y^2 > 0$$

تمرين رقم 2

حدد قيمة حقيقة كل من العبارات التالية:

$$(1) (\forall x \in \mathbb{R}^+) : x \geq \sqrt{x}$$

$$(2) (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + \frac{2}{x^2} > 3$$

$$(3) (\exists x \in \mathbb{R}) : x \leq 2x$$

$$(4) (\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > 1$$

$$(5) (\forall a \in \mathbb{Z})(\forall b \in \mathbb{Z}) : a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$$

$$(6) (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : 2x + y - 5 = 0$$

$$(7) (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2x + y - 5 = 0$$

$$(8) (\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}^*) : a > b \Rightarrow \frac{a}{b} > 1$$

$$(9) (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2xy - x - y + \frac{1}{2} = 0$$

تمرين رقم 3

1) نعتبر العبارة:

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+) : x^2 + 4x = y^2 + 4y \Rightarrow x = y$$

حدد نفي العبارة ثم بين أنها صحيحة

2) نعتبر العبارة:

$$(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : a \neq b \Rightarrow \frac{a-2}{a+1} \neq \frac{b-2}{b+1}$$

حدد الاستلزام المضاد للعكس ثم قيمة حقيقة العبارة

2) نعتبر العبارة:

$$(\forall a \in \mathbb{Z})(\forall b \in \mathbb{Z}) : |1+ab| = |a+b| \Rightarrow |a|=1 \text{ أو } |b|=1$$

حدد نفي العبارة ثم بين أنها صحيحة